Leves apuntes acerca

del

Infinito Matemático

1878

La limitación de nuestros sentidos, impide, muchas veces, el que nuestra inteligencia adquiera ideas grandes y sublimes, cual corresponde al espíritu humano; ideas que traspasando la región de lo terreno y perecedero, se remonten en alas de la imaginación, hasta el infinito, hasta la letra alfa de la Creación. Algunos hay, no obstante, que concentrando todas sus fuerzas, después de un estudio arduo, no alcanzan ver mas que dos ideas extremas: Dios y el mundo; símbolos de lo grande y pequeño; de lo fuerte y débil, de lo imperecedero y deleznable: mas en realidad de verdad, esas dos ideas extremas no constituyen sino los límites de una gama extensa que contiene notas sensibles, y que cual línea sinuosa, nace en la nada, para perderse en el mar insondable de la Eternidad.

El infinito matemático, forma una de esas notas preciosas, de valor incalculable para los verdaderos amantes de la Ciencia; y por su importancia, merece que le dediquemos este trabajo, no tanto por su trascendencia, como por el injustificado desprecio que ha merecido, por parte de algunos pretendidos reformadores de la Ciencia matemática.

Malebranche, célebre matemático, filósofo, y a la vez excelente católico, confiesa con ingenuidad, que el infinito matemático no es el infinito metafísico de los filósofos, y que en su virtud no es ningún desatino, después de haber probado la existencia de ese infinito matemático, el que se eche mano de él para que se entiendan los conceptos matemáticos mucho mas allá de lo que alcanza la punta del compás, o la extremidad de la regla. ¿Será esto ofender a Dios? ¡Ah! no; solo la ignorancia es capaz de forjar semejante disparate! Dios, no puede ofenderse de que los hombres hagan uso de esta preciosa arma que ha puesto entre sus manos, para amarle y comprenderle mejor.

Que el infinito matemático existe, fácil es convencerse de ello, pues si bien cabe la posibilidad de medir, así un grano de arena como el monte Himalaya, empero, ¿Qué dimensiones son estas, comparadas con otras que pueden imaginarse? ¿Que es nuestro sistema planetario, respecto el Universo? ¿Que es el Universo, comparado con un grano de arena? El hombre se anonada, ante esas comparaciones tan desiguales, pero no por esto retrocede en sus investigaciones, de modo que, cuando los sentidos se cierran, la imaginación extiende sus alas, y cuando ésta cesa, la inteligencia aún grita «adelante, adelante» sin que jamás lleguemos al término de nuestra carrera, razón por la cual ha sido preciso buscar una palabra que satisfaga a todas las exigencias de la inteligencia humana, y exprese, al propio tiempo, esta última concepción de la cantidad, que se pierde por entre las sombras de la noche; palabra fecunda y poderosa que se denomina *Infinito Matemático* y que forma el elemento indispensable, para estudiar la cantidad, hasta allá donde alcanza el espíritu humano, sin dejar ningún hueco ni vacío que llenar.

No se crea por esto que la idea de infinito sea moderna, pues ella empieza a germinar en la edad antigua: así en la escuela Jónica, Anaximandro la diviniza, Anaxímenes la materializa; en la escuela Itálica, Archytas, dedica horas enteras a su estudio, y hasta el mismo Aristóteles, dice: «que el infinito es par, porque es el par que envuelto y determinado por el impar da a los seres el elemento del infinito».

Mas todas esas consideraciones de la antigüedad refiérense a la cantidad infinitamente grande, considerándola aún, de una manera incompleta y vaga, de suerte, que ha sido necesario alcanzar el gran siglo de los analistas modernos para estudiarla debidamente; el siglo XVII, en que no solo se conciben las cantidades infinitamente grandes, sino también las cantidades infinitamente pequeñas; paso gigantesco para que la matemática adquiriera el mayor desarrollo posible.

Ya pues que el infinito es tan importante; ya que lo finito no es mas que la unión de dos infinitos, como así lo sostiene, el célebre Leibnitz, cuando afirma que la cantidad finita está formada por un número infinito de infinitamente pequeños; justo es que emitamos nuestro parecer, en cuestión tan trascendental, manifestando, siquiera a grandes rasgos, lo que debiera hacerse, para evitar ciertas contradicciones que se notan en algunas obras de matemáticas, efecto sin duda, de que se trata este punto, generalmente, deprisa y como si quemara. Y la verdad es que allá donde hay peligro, conviene que el hombre fije su mirada con ánimo sereno, a fin de poder sondear hasta el fondo, el precipicio que tiene abierto a sus pies; ya para su gobierno, ya para evitar el miedo infundado, que muchas veces se apodera de su espíritu.

Entremos en materia.

El cero y el infinito, expresan la negación de cantidad finita, tomando esta cantidad en sentido de medición real, dentro del mundo de lo finito. Hay que advertir que la línea divisoria entre la cantidad finita e infinita, se desconoce, de suerte que no es posible indicar, cuando acaba la una y empieza la otra, si bien en la idea de infinito, caben otros infinitos de órdenes diferentes así como entre dos líneas paralelas, caben otras muchas paralelas, conteniendo cada par, un espacio infinito que está involucrado en el primero.

Para comprender bien las relaciones que guardan entre sí, todas estas cantidades, supondremos desde un punto, varios círculos concéntricos, sin anchura determinada, considerando una de las coronas que se suceden, como representante de las cantidades finitas, que nosotros podemos apreciar; en este supuesto, la corona que seguirá a ésta por la parte exterior, representará las cantidades infinitamente grandes de primer orden, y la que seguirá a esta última, las de segundo grado, así continuando: del propio modo, la corona inmediata a la primera que habíamos tomado por tipo de las cantidades finitas, pero contada en sentido del centro, representará las cantidades infinitamente pequeñas de primer orden, y la que seguirá a esta última corona, contada en el mismo sentido, los infinitamente pequeños de segundo orden y así sucesivamente. De todo lo dicho se infiere que las palabras de finito e infinito son relativas, dependiendo, tan solo, de la zona o corona en que nos situamos; así si tomáramos por zona de cantidades finitas, la que antes no representaba cantidades infinitas de primer orden, resultaría que las de segundo orden, pasarían a ser de primero, y la corona que representaba las cantidades finitas, corresponderían a los infinitamente pequeños de primer orden: Consideraciones enteramente conformes con los altos conceptos del inmortal Leibnitz.

Esta es la potísima razón, porque el matemático debiera concebir en la palabra general de infinito, cierta gradación, o sea, diferentes órdenes de infinitos que se perdieran en el primer infinito, así los infinitos en vez de concretarse a los dos símbolos generales: ∞ y 0, se sucederían, unos a otros, conforme va indicando en el cuadro siguiente, los cuales extendiéndose más y más cual ondas etéreas, irían acercándose al límite respectivo de las cantidades infinitamente grandes y pequeñas:

$$\ldots\infty^{1}\ldots\ldots\ldots\infty^{2}\ldots\ldots\ldots\infty^{3}\ldots\ldots\ldots\infty^{\infty}$$
$$\left(\infty^{\infty}\right)^{1}\ldots\ldots\ldots\left(\infty^{\infty}\right)^{2}\ldots\ldots\ldots\left(\infty^{\infty}\right)^{3}\ldots\ldots\ldots\left(\infty^{\infty}\right)^{\infty}$$
$$\left(\infty^{\infty 2}\right)^{1}\ldots\ldots\ldots\left(\infty^{\infty 2}\right)^{2}\ldots\ldots\ldots\left(\infty^{\infty 2}\right)^{3}\ldots\ldots\ldots\left(\infty^{\infty 2}\right)^{\infty}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\infty^{\infty^{\infty^{\infty}}}$$

Verdadera expresión del límite de las cantidades infinitamente grandes.

$$\begin{array}{cccc}
\frac{1}{\infty^{1}} & \frac{1}{\infty^{2}} & \frac{1}{\infty^{3}} & \frac{1}{\infty^{\infty}} \\
\frac{1}{\left(\infty^{\infty}\right)^{1}} & \frac{1}{\left(\infty^{\infty}\right)^{2}} & \frac{1}{\left(\infty^{\infty}\right)^{3}} & \frac{1}{\left(\infty^{\infty}\right)^{\infty}} \\
\frac{1}{\left(\infty^{\infty 2}\right)^{1}} & \frac{1}{\left(\infty^{\infty 2}\right)^{2}} & \frac{1}{\left(\infty^{\infty 2}\right)^{3}} & \frac{1}{\left(\infty^{\infty 2}\right)^{\infty}} \\
. & . & . & . \\
\frac{1}{\infty^{\infty^{\infty^{\infty}}}} & & &
\end{array}$$

Verdadera expresión del límite de las cantidades infinitamente pequeñas.

Las consecuencias de estas consideraciones son importantísimas, si nos fijamos en ciertos puntos escabrosos de la Ciencia. Así cuando en un punto de la circunferencia, se traza una tangente y una secante, fácil es comprender que la tangente debe tener mas contacto que la secante, y eso es muy lógico, por cuanto la secante con la circunferencia, tiene un contacto expresado por: $\frac{1}{\infty^{\infty^{\infty}}} = 0$, símbolo de la nada; mientras que con la tangente se supone un contacto expresado por, $\frac{1}{\infty}$, habiendo entre estos dos valores, infinitos valores intermedios. Y si bien $\frac{1}{\infty}$, puede considerarse ***cero*** respecto una cantidad finita, esta expresión resulta ser infinita, y de un orden muy elevado respecto el verdadero cero, representante del símbolo de la nada, o sea: $\frac{1}{\infty^{\infty^{\infty}}}$.

A la par en el Algebra, se encuentra que $\frac{\infty}{A} = \infty$, hallándose a continuación, en algunas obras, el mismo resultado para $\left(\frac{\infty}{0}\right)$; pero si esto fuera cierto, tendríamos: $\infty = 0 \times \infty$ y como $0 \times \infty$ representa una cantidad finita cualquiera, saldría el absurdo manifiesto de ser una cantidad infinita, igual a otra finita. Este absurdo desaparece si se consideran las diferentes órdenes de infinito, como precede en el cuadro anterior, pues entonces se tiene que:

$$\frac{\infty}{0} = \frac{\infty}{\frac{1}{\infty}} = \infty^2$$

luego; $\infty = 0 \times \infty^2 = 0 \times \infty \times \infty$, y como $0 \times \infty$ representa una cantidad finita, cualquiera, que se puede expresar por *k*, resulta por fin, $\infty = k \times \infty - \infty$; igualdad evidente.

Creemos que estas ligeras consideraciones, bastaran, para dar a comprender, siquiera de una manera rápida, las consecuencias importantes que pueden deducirse del infinito matemático, cuando se estudia debidamente; y es de notar que del estudio de los dos infinitos, el que se refiere a los infinitamente pequeños, es, sin duda, el más importante, pues, él ha abierto en el vasto campo de la Ciencia, horizontes inesperados. Bien podríamos decir que los adelantos que se realizan actualmente en la Matemática, son debidos en particular, al estudio profundo de esas cantidades infinitamente pequeñas o diferenciales; carácter distintivo entre la Matemática antigua y moderna: carácter que se retrata hasta en las obras de arte y en todo; antiguamente se levantaban estériles, aunque gigantescos monumentos, mediante la fuerza material de millares de hombres, dignos de mejor suerte; hoy, se trabaja generalmente en lo pequeño, hoy se busca con febril ansiedad, los misterios que encierra la célula, la molécula, la diferencial, para llegar por una serie de deducciones lógicas, a la verdad de todo lo que se opera en el mundo real y en el de las abstracciones, elevando el espíritu humano, hasta las altas regiones del Eterno.

Tarragona, 15 de junio de 1.878
Lauro Clariana Ricart