La Ciencia

1879

La Ciencia se puede considerar bajo dos aspectos muy distintos según sea su estudio: el primero, forma, si se nos permite la palabra, el embrión de la ciencia, siendo asequible su conocimiento por todo hombre dotado de gran fuerza de voluntad, aunque sea una medianía; el segundo constituye la ciencia en su verdadero desarrollo, y suele ser patrimonio de inteligencias privilegiadas, que se entregan al estudio del saber humano con el vivo deseo de alcanzar sus últimas conquistas, no sin que queden muchas veces defraudadas sus mas nobles y puras esperanzas, por no poder seguir la huella de estos genios notables, que cual águilas extienden su raudo vuelo por alturas, dó el hombre casi nunca puede llegar.

El primer período de la ciencia engendra ese sin fin de obreros que hormiguean por doquiera con ribetes, algunas veces, de sabiondos; el segundo período, pertenece a un número exiguo formado por jefes de obra; circulo estrecho, debido a algunos pocos sabios, que celosos de sus conocimientos, parecen traviesos hasta en inventar un lenguaje duro y sintético, para no ser comprendidos, quizá, por lo que ellos llamarán el vulgo científico. Cuando por primera vez se pretende estudiar a estos grandes hombres, se empieza por dudar de la claridad de sus raciocinios, pues se ven aparecer ciertas veces los resultados como por encanto y sin preparación alguna; mas si concentramos toda nuestra atención en el valor de sus palabras, veremos brotar de cada una de ellas, consecuencias importantes e innumerables que cada vez toman mayores proporciones para ensanchar el horizonte de nuestras concepciones primitivas.

No se crea que al pintar este segundo período con tan vivos colores, sea nuestro ánimo considerar de poca importancia los conocimientos elementales, no; nadie ignora que cuando se empieza a estudiar la ciencia, será mas útil una obra de estas sencillas que corren de mano en mano, que no la de un *Poinsot*, *Lagrange*, *Ivory*, *Lamé*, etc., mas en realidad de verdad confesamos que ello no basta para que el hombre se pueda honrar con el envidiable título de científico, porque sabido es que el camino mas trillado, no debe conducir a la verdadera cúpula de la ciencia; y si bien la línea recta es la mas corta y la mas cómoda, no es ésta la que siguen generalmente los sabios en sus investigaciones científicas; los resultados obtenidos sin esfuerzo ni trabajo, adormecen nuestra inteligencia, encerrándola, hasta cierto punto, dentro de un círculo de hierro que la impide salir de allí, sin que jamás pueda descubrir nuevos horizontes que le manifiesten a que altura puede llegar la ciencia, dirigida por esos *cometas*, que aparecen de tiempo en tiempo por la tierra con la misión sublime de guiar a la humanidad hacia aquel centro único, síntesis de todo lo que el hombre va descubriendo.

En corroboración de lo dicho, vamos a desarrollar el momento de una fuerza respecto a un eje, para que los que en sus estudios no hayan pasado de la superficie, vean, siquiera en este sencillo ejemplo, de lo que es capaz el humano entendimiento cuando pretende ahondar un poco las cuestiones.

Dadas las proyecciones X, Y, Z, de una fuerza F, sobre tres ejes rectangulares, y las coordenadas x, y, z, de su punto de aplicación, calcular su momento con relación a una recta dada.

Pueden seguirse dos métodos muy distintos para la resolución de este problema, conforme vamos a indicar:

Primer método.- El trabajo de una fuerza en un movimiento de rotación, es igual al momento de esta fuerza multiplicada por el cambio angular; si se supone $x = r\cos\theta,\ y = r\mathrm{sen}\theta.$ Y si diferenciamos ahora, dejando *r* constante, el punto *x, y, z,* girará de la cantidad $d\theta$ alrededor del eje de las *z*, y se tendrá:

$$\begin{aligned} dx &= -r\mathrm{sen}\theta\, d\theta = -y\, d\theta \\ dy &= \quad r\cos\theta d\theta = x d\theta \\ dz &= 0 \end{aligned}$$

Sustituyendo estos valores en la expresión general del trabajo: X*dx* + Y*dy* + Z*dz;* se obtiene (Y*x*-X*y*)dθ, y como por lo dicho anteriormente, el coeficiente de dθ, debe formar el momento, este coeficiente es; Y*x* - X*y*; momento de la fuerza respecto el eje *z*.

Por procedimientos análogos hallaríamos:

X*z* - Z*x*; momento de la fuerza respecto al eje *y*
Z*y* - Y*z*; momento de la fuerza respecto el eje *x*

Si designamos estos momentos respectivamente por las letras N, M, L, tendremos:

L = Z*y*-Y*z*; M = X*z*-Z*x*; N = Y*x*-X*y*.

El trabajo de la fuerza en un movimiento de rotación ω, efectuado alrededor de un eje que pasa por el origen, y haga con los ejes los ángulos $\lambda, \mu, \nu,$ es igual a la suma de los trabajos efectuados en los movimientos componentes: $\omega\cos.\lambda, \omega\cos.\mu, \omega\cos.\nu,$ de rotación, efectuados alrededor de los ejes coordenados; luego los trabajos serán:

$$\mathrm{L}\omega\cos.\lambda,\ \mathrm{M}\omega\cos.\mu,\ \mathrm{N}\omega\cos.\nu$$

Ahora si V, representa el momento de la fuerza con relación al nuevo eje, la expresión del trabajo será $\mathrm{V}\omega;$ de donde:

$$\mathrm{V}\omega = \mathrm{L}\omega\cos.\lambda + \mathrm{M}\omega\cos.\mu + \mathrm{N}\omega\cos.\nu$$

O sea;

$$\mathrm{V} = \mathrm{L}\cos.\lambda + \mathrm{M}\cos.\mu + \mathrm{N}\cos.\nu.$$

Si el eje de momentos en vez de pasar por el origen, pasara por un punto $x_0\, y_0\, z_0$, se transportaría el origen en dicho punto, resultando:

$$V = (L - L_0)\cos.\lambda + (M - M_0)\cos.\mu + (N - N_0)\cos.\nu.$$

Sustituyendo ahora, los valores de L, M, N, y en el supuesto de que $L_0\, M_0\, N_0$ queden satisfechos para $x_0\ y_0\ z_0$ resulta la fórmula final:

$$(A)V = [Z(y - y_0) - Y(z - z_0)]\cos.\lambda + [Z(x - x_0) - X(z - z_0)]\cos.\mu + [X(y - y_0) - Y(x - x_0)]\cos.\nu$$

Segundo Método.- Nos proponemos hallar las fórmulas anteriores, respecto al momento de una fuerza, sin tener en cuenta movimiento alguno: consideraciones puramente geométricas y analíticas, nos ofrecerán el resultado apetecido.

Para esto supondremos que el lector sabe que el volumen de un tetraedro, es igual al producto de la más corta distancia de dos aristas opuestas, por los dos tercios de la sección practicada paralelamente a estas dos aristas, y a igual distancia de cada una de ellas; en virtud de esta fórmula podremos decir ahora, que el momento de una fuerza con relación a un eje, es igual al volumen de un tetraedro que tiene por aristas opuestas, por una parte, la misma fuerza, y por otra, una longitud contada sobre el eje de los momentos e igual a 6: resultado que es fácil de interpretar, suponiendo la distancia de dos aristas opuestas igual a la unidad, pues entonces el momento de la fuerza F, según los conceptos anteriores, vendrá representado por; $F \times 1 = F$, y como el volumen del tetraedro en este caso viene expresado por $1 \times \frac{2}{3} S$, llamando *s* a la superficie de la sección media, que según los datos anteriores se puede representar por: $\frac{F}{2} \times 3$, resulta: $v = 1 \times \frac{2}{3}\frac{F}{2} \times 3 = F \times 1 = F$.

Luego el volumen del tetraedro supuesto, reemplaza el momento de la fuerza *F*, con tal que se den dos aristas opuestas con las condiciones antedichas, o bajo otros términos; con tal que se fijen los cuatro vértices del tetraedro, conforme lo establecido.

Si se quiere, pues, el momento de la fuerza *F* con relación a un eje, teniendo por ecuaciones:

$$\frac{x - x_0}{\cos\lambda} = \frac{y - y_0}{\cos\mu} = \frac{z - z_0}{\cos\nu},$$

será preciso hallar el volumen de un tetraedro, cuyas coordenadas de los vértices sean:

$$(x, y, z)(x + X, y + Y, z + Z)(x_0 y_0 z_0)$$

$(x_0 + 6\cos.\mu, y_0 + 6\cos\lambda, z_0 + 6\cos.\nu)$; y él nos dará el momento de la fuerza.

Mas según consideraciones analíticas, se sabe que el volumen de un tetraedro en función de las coordenadas de los cuatro vértices, viene dado en general por la determinante siguiente:

$$V = \frac{1}{6}\begin{vmatrix} x' & y' & z' & 1 \\ x'' & y'' & z'' & 1 \\ x''' & y''' & z''' & 1 \\ x'''' & y'''' & z'''' & 1 \end{vmatrix}$$

cuya determinante en el caso particular que nos ocupa, se transforma en:

$$V = \frac{1}{6}\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x+X & y+Y & z+Z & 1 \\ x_0 & y_0 & z_0 & 1 \\ x_0+6\cos\lambda, & y_0+6\cos\mu, & z_0+6\cos\nu, & 1 \end{vmatrix}$$

la cual también puede transformarse en:

$$V = \frac{1}{6}\begin{vmatrix} x & x+X & x_0 & x_0+6\cos\lambda \\ y & y+Y & y_0 & y_0+6\cos\mu \\ z & z+Z & z_0 & z_0+6\cos\nu \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

o también

$$V = \frac{1}{6}\begin{vmatrix} x, & X+x-x, & x_0, & x_0+6\cos\lambda-x_0 \\ y, & Y+y-y, & y_0, & y_0+6\cos\mu-y_0 \\ z, & Z+z-z, & z_0, & z_0+6\cos\nu-z_0 \\ 1, & 1-1, & 1, & 1-1 \end{vmatrix}$$

Y como en virtud de estas restas, puede resultar la determinante positiva o negativa, la expresaremos bajo la forma siguiente, después de cambiar las columnas:

$$V = \frac{1}{6}\begin{vmatrix} x, & y, & z, & 1 \\ X, & Y, & Z, & 0 \\ x_0 & y_0 & z_0 & 1 \\ 6\cos\lambda, & 6\cos\mu, & 6\cos\nu, & 0 \end{vmatrix} = \pm\frac{6}{6}\begin{vmatrix} x, & y, & z, & 1 \\ X, & Y, & Z, & 0 \\ x_0, & y_0, & z_0, & 1 \\ \cos\lambda, & \cos\mu, & \cos\nu, & 0 \end{vmatrix} = \pm\begin{vmatrix} x, & y, & z, & 1 \\ X, & Y, & Z, & 0 \\ x_0, & y_0, & z_0, & 1 \\ \cos\lambda, & \cos\mu, & \cos\nu, & 0 \end{vmatrix} (\alpha)$$

Ahora si consideramos la determinante general:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix}$$

se sabe que viene expresada por el desarrollo siguiente:

$$\begin{matrix} +a_1b_2c_3d_4 & -a_1b_3c_2d_4 & +a_2b_3c_1d_4 & -a_2b_1c_3d_4 & +a_3b_1c_2d_4 & -a_3b_2c_1d_4 \\ +a_1b_4c_2d_3 & -a_1b_2c_4d_3 & +a_4b_2c_1d_3 & -a_4b_1c_2d_3 & +a_2b_1c_4d_3 & -a_3b_4c_1d_2 \\ +a_3b_4c_1d_2 & -a_3b_1c_4d_2 & +a_4b_1c_3d_2 & -a_4b_3c_1d_2 & +a_1b_3c_4d_2 & -a_1b_4c_3d_2 \\ +a_2b_4c_3d_1 & -a_2b_3c_4d_1 & +a_4b_3c_2d_1 & -a_4b_2c_3d_1 & +a_3b_2c_4d_1 & -a_3b_4c_2d_1 \end{matrix}$$

sustituyendo aquí los valores particulares de la determinante (α), resulta, atendiendo a la ambigüedad de los signos:

$$\pm\cos\lambda\left[\mathrm{Y}(z-z_0)-\mathrm{Z}(y-y_0)\right]\pm\cos\mu\left[\mathrm{Z}(x-x_0)-\mathrm{X}(z-z_0)\right]\pm\cos\nu\left[\mathrm{X}(y-y_0)-\mathrm{Y}(x-x_0)\right]$$

El valor de esta determinante, representa el volumen del tetraedro, y a la par el momento de la fuerza *F*, según hemos probado ya, siendo este resultado exactamente el mismo que hemos obtenido en (A) por consideraciones generales de la Mecánica.

He aquí, pues, en este sencillo ejemplo, un resultado sorprendente e inesperado que nos hace ver las bellas armonías que existen entre las diferentes ramas de la Ciencia y el doble concepto en que se puede considerar una misma cuestión, conforme hemos manifestado desde un principio.

Tarragona, 10 de Junio de 1879
Lauro Clariana Ricart