Concepto verdadero

de

Cantidad

1882

Sensible es por demás el que se den a luz tantas obras elementales de Matemáticas, sin fijarse en aquellos principios lógicos que deben servir de base a esta ciencia modelo: pártese, generalmente, de una definición incompleta de cantidad, deduciendo consecuencias que, si no siempre son falsas, son siquiera tan singulares, que impiden el libre vuelo de todos cuantos desean remontarse por las altas regiones de la ciencia; confúndese, comúnmente, la magnitud de la entidad con la verdadera noción de cantidad, y de ahí el círculo mezquino y reducido por donde ésta anda. La Matemática debe inspirarse en principios verdaderamente filosóficos; la filosofía debe formar la peana de la ciencia que estudia las leyes del tiempo y el espacio.

La ley triádica, sentada por un distinguido escritor, debe constituir la base de todos nuestros conocimientos: la aprehensión, la abstracción y la inducción forman la última expresión de todo cuanto podemos abarcar. Unión del mundo real e ideal, mediante nuestra personalidad. Tesis, antítesis y síntesis. Pues bien, estos tres momentos deben hallarse forzosamente en la noción de cantidad, si de ella queremos tener una idea exacta.

Tanto es así, que en toda entidad matemática, descubrimos su magnitud y su modo de ser o tendencia; conceptos de naturaleza distinta, y correspondientes a la tesis y antítesis del pensamiento en general, unidos o sintetizados por la palabra genérica de cantidad, que constituye la síntesis de la ley triádica.

Algunos autores de nota han pretendido ya sacar la ciencia matemática de la postración en que yace, respecto principios filosóficos; empero todos sus esfuerzos se han estrellado ante ese número sin fin de obras de que se alimenta la juventud estudiosa, y que la lleva a mal traer, tanto por su falta de lógica, cuanto por sus principios defectuosos, que abundan más de lo que debieran. Fuerza es, pues, evitar esos abusos inferidos a una de las ciencias que con razón recibe el nombre de exacta; preciso se hace el que se considere, por fin, la cantidad tal como debe ser, esto es, *sincategoremáticamente*, o sea, bajo el doble concepto del *quantum* y del *cual*.

Sentados estos precedentes pasemos inmediatamente a la determinación de la cantidad en general.

Si suponemos como positivas las cantidades determinadas por un modo de ser especial de la entidad, el modo opuesto al primero, engendrará las cantidades negativas; empero entre estos extremos opuestos, cabe considerar otros modos de ser de la entidad, que por cierto serán los más, y que engendrarán la cantidad en su mayor grado de generalidad, o sea las cantidades indirectas -malamente llamadas imaginarias-, en oposición a las dos primeras que toman el nombre de directas o reales.

La Matemática, debe, pues, partir de esas cantidades indirectas o generales para poder establecer en todo rigor el método deductivo, que tanta falta le hace, y que algunos miopes han creído encontrar en la Geometría de hoy. Jamás podremos marchar por el método deductivo si no procuramos situarnos en la meta de la montaña, pasando luego por la ladera que antes constituía el punto de partida.

Así, pues, comprendida la necesidad que hay de considerar la cantidad en su mayor grado de generalidad, tendremos que ésta podrá representarse por la fórmula simbólica $a = (a', a'')$, en el concepto de representar ***a*** la síntesis o la cantidad propiamente dicha; a' la tesis o el *quantum*; y a'' la antítesis o el *cual*; admitiéndose a la vez las transformaciones siguientes:

$$a = (a', a'') = (a', 0) + (0, a'') = a' + a''(0,1) = a' + a''i$$

Esta última expresión, ya bastante conocida, puede escribirse en función de su módulo y argumento, resultando:

$$a = a' + a''i = \sqrt{a'^2 + a''^2}\left(\frac{a'}{\sqrt{a'^2 + a''^2}} + \frac{a''}{\sqrt{a'^2 + a''^2}}\, i\right)$$

y como $\varphi = \operatorname{arc.tg}\dfrac{a''}{a'}$ representa el argumento, y $\sqrt{a'^2 + a''^2}$ el módulo: cabe expresar la cantidad bajo términos más generales.

Argumento $= f(a', a'')$; Módulo $= F(a', a'')$; luego $a = F_1[\text{Argumento}, \text{Módulo}]$: Elementos constitutuvos de toda cantidad

Por fin, si se quisiera enlazar la idea de cantidad con la teoría de las determinantes, en el supuesto de que a'' haga referencia al modo de ser de las cantidades indirectas, se deduce:

$$a = \sqrt{\begin{vmatrix} a' & a'' \\ a'' & a' \end{vmatrix}}\left(\frac{a'}{\sqrt{\begin{vmatrix} a' & a'' \\ a'' & a' \end{vmatrix}}} + \frac{a''}{\sqrt{\begin{vmatrix} a' & a'' \\ a'' & a' \end{vmatrix}}}\, i\right)$$

verdadera expresión de la cantidad general.

Veamos ahora, cuales son las consecuencias que pueden obtenerse de la verdadera noción de cantidad.

Ante todo observaremos que las partes congénitas de la cantidad tienen su fiel representante en el espacio, de suerte que la notación geométrica para la representación de la cantidad, aclara las ideas, y procura notables y sorprendentes soluciones. Por esto el módulo se representa por la magnitud de una recta, y el argumento por el ángulo que forma una recta con otra de posición fija sobre la cual se cuentan las cantidades positivas y negativas, que tienen un argumento igual a cero. Ahora, si en la definición de multiplicar, por ejemplo, hacemos entrar la idea de argumento en el concepto de que venga medido por una cantidad angular, veremos como se demuestra con bastante facilidad la regla de los signos, así como la propiedad conmutativa de los factores; probemos esto último: sea por ejemplo $A = a_\alpha$ y $B = b_\beta$, siendo a, b, α, β los módulos y argumentos respectivos de las cantidades *A* y *B*, luego

$$A \times B = a_\alpha \times b_\beta = a(\cos\alpha + \operatorname{sen}\alpha i) \times b(\cos\beta + \operatorname{sen}\beta i) = ab[\cos(\beta+\alpha) + \operatorname{sen}(\beta+\alpha)i] = ab(\beta+\alpha)$$

Por otra parte:

$$B \times A = b_\beta \times a_\alpha = b(\cos\beta + \operatorname{sen}\beta i) \times a(\cos\alpha + \operatorname{sen}\alpha i) = ba[\cos(\beta+\alpha) + \operatorname{sen}(\beta+\alpha)i] = ba(\beta+\alpha)$$

Y como *ab* = *ba*, y $\alpha + \beta = \beta + \alpha$ se deduce evidentemente que el orden de factores no altera el producto, en su mayor grado de generalidad.

Si pasamos a la Geometría, concretándonos por ejemplo al triángulo, considerando el lado *AB*, como dirección de las cantidades positivas, siguiendo de derecha a izquierda por los lados *BC* y *CA*, y valiendo sus magnitudes o módulos *c*, *a*, *b*, se obtiene como es fácil comprender por las notaciones geométricas que hemos indicado, la igualdad siguiente:

$$a_A = c_0 + b_{\pi-B} = c_0 + b_{A+C}$$

representando $A, o, \pi - B$ los argumentos de las tres cantidades dadas del triángulo, o sea de los tres elementos lineales del mismo. Si a la igualdad anterior juntamos la condición: $A+B+C=\pi$ podremos resolver todas las cuestiones referentes a los triángulos, deduciéndose, como por encanto, al relacionar las cantidades de las igualdades anteriores, varias fórmulas de la trigonometría plana.

En fin, para acabar de convencerse de lo mucho que interesa el concebir las cantidades en el grado de generalidad que las hemos expuesto, bastará fijarse en los errores crasos en que caen algunos autores extranjeros, que hoy privan bastante, y que sin atender al fondo de la cuestión se dejan deslumbrar por la idea de infinito, sentando como conclusión de sus investigaciones científicas, de que la línea recta es una circunferencia de radio infinito, y otros dislates por el estilo.

Si atendemos a las condiciones analíticas de la cuestión, veremos que la variante que contiene todos los puntos de una recta, es una cantidad cuyo módulo es variable y el argumento constante, mientras que si consideramos una circunferencia, sea del radio que se quiera, solo por la noción de circunferencia, supone que la variante que contiene todos sus puntos es una cantidad que tiene siempre el mismo módulo y diferente argumento; así, pues, a ser cierto lo que dicen los autores antedichos, la misma cantidad lineal tendría módulo y argumento, variable y fijo a la vez, lo que según el principio de contradicción nos evidencia la falsedad de la conclusión.

Todas estas consideraciones y otras más que podríamos presentar a nuestros lectores, creo deben ser suficientes para dar a comprender la imperiosa necesidad que hay de echar abajo el edificio viejo de la Matemática para levantar sobre sus ruinas otro de bases sólidas e inquebrantables, cimentándolo sobre principios filosóficos, que nos faciliten una marcha segura y provechosa por la verdadera senda de la cantidad.

Tarragona a 20 de Enero de 1882
Lauro Clariana Ricart