

Funciones Matemáticas

1887

Funciones Matemáticas

Memoria de 821 páginas e índice de 20 páginas. Premiada con mención honorífica por la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Madrid. Memoria no localizada.

ANUARIO REAL ACADEMIA CIENCIAS EXACTAS MADRID AÑO 1891.

Reseña Págs. 117-123

En varias sesiones del último curso, y del año inmediato anterior también, tratóse extensamente de la adjudicación o denegación de premios, ofrecidos en los certámenes ordinarios, oportunamente anunciados, y abiertos hasta fines de los 1887 y 1889. Y en la del 20 de Junio, previa muy amplia discusión sobre tan importante asunto, recayó, por fin, acuerdo definitivo.

Cuatro eran las memorias en tela de juicio, correspondientes las dos primeras, por el orden en que ahora vamos a enumerarlas, al certamen de 1887 y al de 1889 las otras dos. Procedente del de 1888 no había trabajo ninguno que examinar y calificar por haber resultado desgraciadamente desierto aquel concurso.

Una, muy extensa, de lectura difícil, y de nada sencilla apreciación con acierto, porque en ella los defectos de plan y redacción quedan en gran parte subsanados por la riqueza en los detalles y excelente desempeño en algunos capítulos, sobre el tema «Exposición metódica de todos los géneros y especies de Funciones Matemáticas», señalada con el lema «*Las investigaciones notables a que han dado origen las Funciones Matemáticas, señalan los últimos avances en la ciencia de la cantidad*» de la cual, en informe, también muy extenso y razonado, extendido por el Sr. Archilla, opinaba la Sección de Ciencias Exactas que era de justicia hacer, sin titubear, *mención honorífica*.

Otra, que debía constituir interesante «Estudio de las causas físico-meteorológicas que han producido en diferentes tiempos las grandes avenidas de los ríos torrenciales en el Sur, Sudeste y Este de la Península española», señalada con el lema «*Cogito, ergo, sum*», la cual, a juicio de la Sección de Ciencias Físicas, formulado por el Sr. Vicuña, y, más terminante aun, de la de Ciencias Naturales, por el Sr. Cortázar, que sucesivamente y con grande atención la examinaron, no merecía premio, ni distinción de ninguna especie.

La tercera sobre «El péndulo como instrumento geodésico, o apropiado a la determinación de la Figura de la Tierra e intensidad de la fuerza de Gravedad», y lema «*De rerum natura*», que en opinión unánime de la Sección de Ciencias Exactas, previo dictamen del Sr. Barraquer, se hallaba por desgracia en el mismo lamentable caso que la segunda.

Y la cuarta, que debería componer una «Monografía de las diversas especies que se encuentran en España y corresponden al género mineralógico *Cal*», presentada con el lema «*Corpora non agunt nisi sunt soluta*», que, según también razonadamente expuso la Sección de Ciencias Naturales, por mano del Sr. Cortázar, tampoco merecía de parte de la Academia señal honrosa de aprecio.

Como consecuencia de los trabajos previos de examen, efectuados por sus tres Secciones, y resumidos en los informes mencionados, la Academia decidió, sin discrepancias de pareceres:

1º Que el autor de la Memoria que tenía por lema «Las investigaciones notables...» se le otorgase mención honorífica por su trabajo, en diploma especial en que explícitamente constase tan honrosa distinción, previo su consentimiento, obtenido de la manera que en tales casos se acostumbra, y que en el programa del certamen detalladamente se especifica.

2º Que, no mereciendo los autores de las demás Memorias recompensa de ningún género, los pliegos cerrados, donde debían constar sus nombres, y que unos de otros se distinguían por los lemas consignados en los sobres o cubiertas, se inutilizasen por el fuego, para que aquellos nombres de personas poco afortunadas en sus plausibles afanes por alcanzar honroso triunfo, permaneciesen desconocidos, de conformidad asimismo con lo prometido en el programa del concurso.

A la destrucción por el fuego de estos pliegos, cerrados y sellados hasta entonces, se procedió en el acto, delante de todos los señores académicos asistentes a la sesión.

Y, publicado integro el acuerdo de la Academia en la *Gaceta de Madrid*, correspondiente al día 27 de Junio, tardose muy corto tiempo en saber, sin ningún género o motivo de duda, que el autor de la importante Memoria sobre las «Funciones Matemáticas», era el Sr. D. Lauro Clariana Ricart, uno de los profesores que, por su elevada inteligencia y vasta ilustración, más honran a la, por muchos y justos títulos, respetable Facultad de Ciencias de la Universidad de Barcelona.



ANUARIO REAL ACADEMIA CIENCIAS EXACTAS MADRID Año 1891.

Reseña: Págs. 261-280

Sobre una memoria concerniente a las *Funciones Matemáticas*, con opción a premio en el concurso ordinario de 1887.

El que suscribe ha examinado la extensa memoria presentada al concurso ordinario a premios de 1887, bajo el siguiente lema: «*Las investigaciones notables a que han dado origen las funciones matemáticas señalan los últimos avances en la ciencia de la cantidad.*»

Consta este trabajo de 821 páginas en folio, además de un extenso índice que ocupa otras 20, y está dividido en cinco partes, cuyos respectivos títulos son:

1. Preliminares acerca de las funciones.
2. Principios fundamentales de las funciones complejas.
3. Funciones importantes, dependientes de series e integrales definidas.
4. Exposición de las funciones, divididas en géneros y especies.
5. Estudio de las formas, símbolos y algoritmos especiales de las funciones.

Como ni esta división basta para dar idea del plan seguido en el desarrollo de la memoria, ni los títulos que encabezan sus diversas partes para juzgar con acierto de la doctrina en las mismas contenida, y es tanta la multitud de métodos, y teorías, y cálculos, y propiedades en ellas acumuladas, y su exposición está hecha con tan vario criterio y desigual desarrollo, creo necesario, para mostrar con alguna claridad las condiciones especiales que caracterizan esta obra, y justificar, además, la conclusión a que he de llegar al final del informe, hacer una reseña de la misma, si no tan breve como fuera de desear, tanto, al menos, como la naturaleza del asunto y su forma expositiva lo permitan.

Veamos a que se reduce en substancia el contenido de cada una de las cinco partes que constituyen la memoria.*

.....

Tal es, reseñada por necesidad en muy sucinto compendio, la obra presentada al concurso propuesto hasta fines del año 1887 por esta Academia.

* La Academia no considera prudente publicar la reseña minuciosa de un libro inédito importante, con perjuicio tal vez de los intereses y derechos del autor.

El tema sobre que debía versar decía como sigue, y es al presente indispensable recordarlo:

«Exposición metódica de todos los géneros y especies de funciones que hasta ahora se conocen en el análisis matemático, dando sucinta noticia de su forma, símbolos y propiedades fundamentales, con la referencia oportuna a los libros o publicaciones donde puedan estudiarse la teoría completa y las aplicaciones de cada una de aquellas funciones»

Y del enunciado del tema inmediatamente, y sin cavilosas engañosas, se desprende que lo pedido por la Academia era una exposición metódica de *todos* los géneros y especies de funciones hasta la fecha conocidas y admitidas como de alguna utilidad o importancia científica en el Análisis, y *tan solo sucinta noticia* de sus formas características, símbolos que las representan, y propiedades fundamentales que las definen: y era bastante pedir. No un tratado completo y razonado, aplicable al estudio de todas las funciones algebraicas, hasta en sus más mínimos detalles, lo cual hubiera constituido exigencia irrealizable y como insensata; sino una obra de referencia y de consulta, especie de índice de las funciones matemáticas, donde se hallasen compendiadas, o nada más que con buen discernimiento enumeradas, las principales propiedades de aquellas funciones y de sus aplicaciones más importantes, con notas bibliográficas extensas y detalladas, de verdadera utilidad para servir de guía al lector, necesitado, o deseoso, de ampliar y profundizar sus conocimientos en cualquier punto de tan vasta y delicada materia. Pedía, en suma, la Academia un libro que no existe: de condensación en, relativamente, breve espacio, de nociones y conocimientos matemáticos, referentes, sí, al mismo asunto, pero de muy variada índole en la apariencia, y de muy difícil adquisición por hallarse dispersos en multitud de libros y de publicaciones periódicas, antiguas y modernas, dadas a luz para mayor dificultad en diversidad de idiomas: condensación de definiciones y teoremas, sistemáticamente enunciados; de razonamientos suficientes para dar a entender con toda claridad el sentido y alcance de estos teoremas; y de noticias bibliográficas complementarias, para que el lector, sin pérdida de tiempo en investigaciones ociosas, y con plena seguridad de acierto, pudiera acudir a las fuentes de conocimiento de mayor crédito y fecundidad, y apagar en ellas la sed de su curiosidad científica: no se pedía, ni era racional y prudente pedir otra cosa.

Pues el autor de la memoria, en conexión con el tema propuesto, interpretándole a su manera, en términos arbitrarios, o no conformes con la letra y espíritu bien patente de su enunciado, no es esto, ni mucho menos, lo que ha producido. Y muy de lamentar es que, por haberse colocado desde un principio en falso punto de vista, o por haber atendido en el desarrollo de su trabajo a plan distinto del que la Academia indicaba, no haya logrado desenvolver con acierto y provecho las condiciones del tema. Porque capacidad intelectual para ello ha demostrado que le sobra, y la Sección se complacerá de seguro en reconocerlo; y en posesión de profundos y muy variados conocimientos se encuentra; y de su amor al trabajo y resistencia para llevar a cabo cualquiera penosa labor matemática, buena prueba dan las ochocientas y más páginas de la memoria presentada, casi todas erizadas de fórmulas complicadísimas y de notaciones donde la vista y la mente se extravían y pierden con frecuencia.

Y, efectivamente, en el tema todo se subordina al método u orden expositivo de la materia, y a que la exposición de la muchedumbre de miembros que ésta abarca fuese lo más completa posible; y en la memoria, cuyo contenido acaba de reseñarse, todo converge hacia las teorías en su cuarta sección desarrolladas, y todo el interés del asunto se concentra en esta sección, donde se expone la doctrina de las funciones elípticas y abelianas, y de las de Fuchs y Klein: por desgracia, y esto es lo peor del caso, no con la claridad necesaria y la amplitud que harían al lector, deseoso de penetrarlas a fondo, excusada la consulta de otros autores que sobre la misma materia, con asombroso ingenio y con arte difícil de igualar, han discurrido y escrito. Las tres primeras secciones del libro sirven como de preámbulo o introducción a la cuarta; y la quinta, sin conexión bien perceptible con la anterior, se halla destinada, como por vía de apéndice, a suplir omisiones cometidas en las precedentes, por necesidad ineludible casi.

Dentro del criterio propio, o pensamiento del autor, la exposición de materias que su libro comprende está, por lo general, bien hecha y de conformidad con el ejemplo dado por autores de nota y dignos de imitarse; y si no contiene resultados de investigaciones importantes originales, ni se distingue tampoco por loable primor en los detalles, preciso es también convenir, y con satisfacción verdadera lo debe declarar la Sección, que se halla exenta de errores censurables, y que son de ella raros los descuidos de concepto, y éstos fácilmente corregibles.

Pero el criterio que a la redacción del libro ha presidido es, en cambio, poco plausible por lo desigual y vario; pues, mientras en algunos pasajes desciende el autor a detalles y minuciedades que riñen con la índole y tono elevado de su trabajo, considerado en conjunto, como sucede a propósito de la diferenciación de las funciones hiperbólicas; en otros, de mayor interés y trascendencia, peca con exceso de conciso, como se advierte en la teoría de los cuaternions, atropelladamente y muy en confuso esbozada. Para quien domine ya esta teoría, inútil es cuanto referente a ella en esta memoria se dice, y más inútil todavía para quien la desconozca por completo: como que, después de leerlo, continuará ignorando lo que antes, por falta de estudio, ignoraba. Observación que a propósito de otras teorías o pasajes del libro podría igualmente y sin injusticia hacerse. Y esto es lo que en gran manera desluce y aminora el mérito del trabajo a que este juicio se contrae. Su falta de originalidad puede y debe disimularse; pero la falta de acierto, y como de tino, en su redacción y desempeño, es, por desgracia, menester tenerla en cuenta al formular las conclusiones de aquel juicio.

En punto a referencias bibliográficas, también la memoria deja bastante que desear. En vez de concretarlas, para que así sean de verdadera utilidad, limítase el autor, al hacerlas, las más veces a mencionar en conjunto la obra matemática donde puede verse detalladamente expuesta la doctrina que él transcribe, compendiada a su manera; algunas cita el tomo, y por excepción la página o páginas donde se halla contenida; y otras se contentan con mencionar el nombre del autor, en cuyas producciones impresas se encuentran dispersos, tal vez, los antecedentes que aconseja consultar. Bibliografías de esta especie no son difíciles de hacer; pero, por regla general, son de muy escaso provecho.

Y, a propósito de la aplicación de las funciones matemáticas, todavía es más deficiente que al tratar de su teoría; pues que solo contiene vagas y rápidas indicaciones del uso a que se hallan destinadas, como si de la mente de sus inventores hubiesen espontáneamente brotado, sin que la necesidad de descubrirlas hubiese presidido a su concepción, muy en primer término. Así, por ejemplo, tratándose de las funciones elípticas, dícese, si, que se emplean en la integración de ciertas formas y ecuaciones diferenciales; pero de su aplicación a la teoría de los números, a la resolución general de la ecuación del quinto grado, y a determinados y muy abstrusos y complicados problemas de Geometría, de Mecánica y de Física matemática, ni por incidencia se apunta nada. Y menos todavía se trata de la influencia ejercida por el uso discreto de la teoría de los cuaternions en los progresos recientes de aquellos distintos ramos de la Ciencia. Como si la indicación o enumeración de las principales aplicaciones de las funciones algebraicas no constituyese parte, y de sumo interés por cierto, del tema a que la memoria debía contraerse.

Porque no se contrae a él rigurosamente, o no se ciñe por su bien a lo que allí se le prescribía, omite el autor en su trabajo el estudio o mera enunciación de funciones importantes, que no merecen darse al olvido. Entre las propiamente algebraicas apenas menciona las irracionales; entre las trascendentes, caracterizadas por integrales irracionales, solo considera las que contienen radicales de segundo grado; y, dentro del vastísimo campo de las integrales definidas, solo para mientes en aquellas funciones que se relacionan más principalmente con las teorías que la cuarta parte o sección de su libro comprende, prescindiendo por completo de los miles de funciones de esta índole, tiempo ha coleccionadas por Bierens de Haan, que las acompañó de referencias bibliográficas circunstanciadas, concernientes a cada una, o a muchas de entre ellas, en particular. Y para subsanar este defecto incurre en el exceso, a que de ninguna manera le obligaba el tema, de incluir en la quinta parte del libro un tratado, necesariamente incompleto y de cuestionable utilidad, sobre las formas, algoritmos, símbolos y operaciones simbólicas de la cantidad: doctrina importante, sin duda, pero extraña al asunto o argumento de la memoria, y que comunica a ésta cierto carácter de heterogeneidad que en gran manera perjudica al de unidad que debería poseer.

Con plausible método científico, cuando de componer un libro didáctico se trata sobre materia bien definida, el autor ha procurado en su memoria no enunciar ni afirmar proposición o conclusión alguna sin exponer con antelación los precedentes en que ha de apoyarse o de donde naturalmente descuellan. Pero este, en muchos casos, loable empeño le ha extraviado en el presente, induciéndole a la exposición de doctrinas matemáticas, en los tratados modernos de análisis infinitesimal contenidas y ya perfectamente dilucidadas: con lo cual solo ha conseguido aumentar más de lo justo y conveniente su ingente, y para él y los lectores, abrumador trabajo.

Y como no era posible, dándole forma y condiciones verdaderamente didácticas, comprender en él cuanto el tema, arbitrariamente interpretado y ampliado, parece que pedía, por mucho que en extensión aumentase, el autor sucumbe al fin, y se ve forzado a prescindir del plan o idea madre que se había propuesto realizar, y concluye por simplemente enunciar, sin demostración alguna, muchas propiedades de gran número de funciones en casi todos los capítulos de la obra. De manera que, con elementos sobrados para una u otra cosa, por falta de pensamiento bien decidido, ora arrastrado por las exigencias terminantes del tema, ora movido por impulso propio hacia muy distinto ideal, nuestro autor ni compone un buen tratado didáctico de las funciones matemáticas, tarea difícilísima que la Academia hubiera, después de todo, acogido favorablemente, ni menos el catálogo razonado de las mismas funciones, que la Academia, creyéndolo más hacedero y de grande utilidad, había demandado. Doble descalabro científico, digno por muchos conceptos de lamentarse.

En resolución y como consecuencia de cuanto precede: no constituyendo la memoria de que se trata un trabajo original de relevante mérito, ni de utilidad inmediata para la enseñanza, ni mucho menos libro tampoco de consulta, por sus condiciones de redacción y de estilo, aceptable sin reformas para darse desde luego a la estampa en la colección de Memorias académicas, conforme el programa del concurso pide, entiende el ponente que suscribe que no procede en este caso el otorgamiento de premio, propiamente dicho, ni de accésit.

Pero también, leal y sinceramente opina que, por el conjunto de las teorías que lo componen, referentes casi todas a las cuestiones más elevadas y complejas del análisis matemático, y por la suma de trabajo intelectual que representa, llevado a término, si no con brillantez extraordinaria y con acierto siempre plausible, con inteligencia y buen sentido matemático en muchos casos, y en pasajes incidentales de un modo muy envidiable, todo ello, dada la magnitud de la empresa, en el angustioso plazo de dos años, la memoria es, sin la menor vacilación, digna de *mención honorífica*.

Su autor, sea quien quiera, ha dado en ella muestra inequívoca de su vasto saber y profundos conocimientos matemáticos, y de muy sorprendente y plausible laboriosidad; y la Academia, al dispensarle señalada muestra de aprecio, realizará un acto de justicia. ¡Lástima que, por los motivos apuntados, no pueda esta Corporación otorgarle otro género más eficaz de recompensa!...

Ponente,
Simón Archilla