Sobre el Espíritu de las Matemáticas

en los tiempos modernos

1890

La ciencia aunque basada en principios sólidos e incontrovertibles, puede manifestarse bajo formas diferentes y complicadas, que cual ondas que se cruzan y entrelazan, envuelven ciertos puntos que constituyen los axiomas y postulados de la misma.

La Matemática se halla en este caso más que otra ciencia alguna; sus formas son tan varias y complejas, que procuran en ciertos momentos aun el desaliento de quien las cultivara, pues no parece sino que un vértigo indescifrable mueve a los matemáticos modernos a inventar nuevos métodos así como algoritmos propios y caprichosos.

Cual río impetuoso que sale de madre, así se extiende dicha ciencia por toda la faz de la tierra desde su renacimiento; y al tiempo que los genios se ocupan de ella, forma patrimonio también de ciertos innovadores que movidos por su orgullo e insipiencia, procuran sistemas y métodos sin cuento: unos perjudiciales y aun ridículos; otros sin importancia alguna, los cuales todos, moviéndose solo por la corteza de ese árbol frondoso y gigantesco del humano saber, no llegan a alcanzar jamás su médula.

Urge, pues investigar la red de caminos que se ofrecen a la vista del científico, a fin de armonizarlos y evitar en algún modo que se ande por donde la verdad pueda correr el inminente peligro de perderse.

I

Permítasenos que al principiar este trabajo descendamos a las nociones más fundamentales de la ciencia de la cantidad, inspirándonos en las doctrinas de los más insignes matemáticos, a fin de que éstas sirvan de medida para aquilatar las diferentes y variadas escuelas de nuestros tiempos modernos. Comencemos pues, por la definición más general que puede concederse a la Matemática en el supuesto de ser una serie de conocimientos científicos relativos a la cantidad, unidos estrechamente entre si, y cuyas nociones se fundan en verdades potísimas que la razón es capaz de descubrir sin necesidad del mundo externo, pero que pueden confirmarse por él en los límites que la experimentación permite. Dicho se está que la verificación empírica de una ley matemática puede ser rigurosa o aproximada; en efecto, si se trata de comprobar que las medianas de un triángulo se encuentran en un mismo punto, resulta una verificación empírica aproximada; si se propone afirmar el principio de Euler respecto a los poliedros regulares, la verificación empírica es completamente exacta.

En la exposición de la doctrina matemática, hállanse además ideas fundamentales, que constituyen su parte filosófica; tales son las nociones de cantidades negativas, imaginarias e infinitesimales.

Negar la existencia de esas cantidades porque no podamos hacerlas descender de la altura en que se hallan, o porque no las podamos sujetar al *experimentum crucis* de Bacon, equivale a no creer en la belleza de las artes porque no la podemos tocar. El objetivo principal de esta parte de las matemáticas es distinguir el orden y la dependencia racional de ciertas verdades abstractas, a fin de que desde este punto elevado, el espíritu contemple el cuadro perfecto de la ciencia, y en su virtud al aceptar tal o cual encadenamiento de proposiciones, decida del esquema para la construcción de dicha ciencia, obedeciendo siempre a su mayor orden y conexión.

Con todo no debe confundirse jamás la filosofía Matemática con la ciencia que podríamos quizá designar bajo el nombre de positiva; ésta tiene por objeto, en general, establecer demostraciones lógicas comprobadas por la experiencia, definición más que suficiente para convencerse del error en que se halla Vico, cuando dice: «Demostramos las verdades geométricas porque las hacemos». El doble concepto que hemos asignado a la ciencia Matemática, nos salva de ataques semejantes. En ella debe atenderse al modo de ser de las cosas reales, además de lo que podríamos llamar el *organum*, formado con anterioridad por nuestras facultades intelectuales. Esta condición le procura un lugar preferente entre todas las demás ciencias, pues si bien en las físicas y naturales por medio de la inducción generalizamos los resultados de la experiencia recabando conocimientos ciertos, jamás esta certeza alcanza el grado de la de un simple teorema de geometría. Empero a pesar de ser tan varios los elementos con que cuenta la Matemática, su tendencia a la unificación se hace cada día más visible, como así lo prueban los bellísimos conceptos de Descartes y Leibnitz, brillantemente expuestos por M. Poinsot, cuando dice: «La idea de orden bajo la cual se subordinan las específicas de situación, de configuración, de forma, de combinación, debe ser la predominante, seguida de la de grandor, que implica la de cantidad, de proporción y medida. De suerte que la Matemática considerada del modo más general, puede ser definida como la ciencia que tiene por objeto el orden y la medida[1]»

Bien podríamos decir pues, que el orden y la medida forman sus categorías fundamentales: dualidad que si apretáramos el argumento podría reducirse a la unidad, según el concepto de Leibnitz, cuando indica que el orden de los fenómenos simultáneos está en el espacio, así como en el tiempo, el orden de los fenómenos sucesivos; resultando de aquí que toda especulación matemática, se reduce a la única idea de orden, si el espacio y tiempo son sus factores: unidad sistemática dentro de su génesis.

Sigamos a Poinsot: «Si consideráis el álgebra, descubriréis dos partes muy distintas. De momento, el álgebra ordinaria que puede muy bien llamarse aritmética universal. Esta álgebra en efecto, no es mas que una aritmética generalizada, es decir, de números particulares a números cualesquiera, y por consiguiente extendida de operaciones actualmente ejecutables a operaciones que no se haya más que indicar por signos. Empero hay otra álgebra superior que descansa toda entera en la teoría del orden y de las combinaciones, y que se ocupa de la naturaleza y de la composición de las fórmulas consideradas en ellas mismas, como puros símbolos y sin ninguna idea de valor o cantidad. A esta parte debe llevarse la teoría profunda de las ecuaciones, la de las expresiones imaginarias, y todo el arte de la ciencia; esta parte es la que merece propiamente hablando, el nombre de álgebra».

1 Poinsot.- Reflexions sur des principes fundamentaux de la theorie des nombres. p.5

En vista de esos preliminares cabe deducir el cuerpo de doctrina a que ha de sujetarse la ciencia Matemática, para desarrollarse bajo base sólida e imperecedera, y para ello supondremos:

Primero.- *Que los grandores representados por las letras o los símbolos algebraicos, sean susceptibles de crecer o decrecer de una manera continua.*
Segundo.- *Que los signos + y -, sean considerados como signos resultantes de dos operaciones o combinaciones perfectamente simétricas.*

Mas para la realización de los precitados principios requiérese que las cantidades representadas por los símbolos algebraicos y afectos de los signos de operaciones, entren no solo en categoría de grandores continuos a unidad arbitraria[2] sino en clase de grandores continuos a origen también arbitrario[3] En este supuesto, la diferencia de valores reales positivos y negativos, no se debe atribuir al álgebra, sino que tiene su fundamento en la naturaleza de los grandores a origen arbitrario; no sucede lo mismo respecto a las cantidades imaginarias, pues la consideración esencial de esta clase de valores es puramente algebraica, en tanto que dicha álgebra procede de la teoría abstracta de la combinación y del orden, constituyendo dichas condiciones el diapasón normal de todas las demás notas y tonos que se refieren al espacio y tiempo.

Después de estos breves apuntes científicos, bajo los cuales debe basarse el desarrollo de la Matemática en su parte más fundamental, fuerza es abrir el gran libro de la historia para que del estudio de sus principales páginas, quepa el deducir todos los extremos que en esta Memoria van consignados.

En tiempo de los filósofos griegos inaugúranse a la par algunos estudios matemáticos, bien que con tendencia a la geometría. Fuerza es confesar, no obstante, que en esa época realizáronse trabajos que han contribuido poderosamente al desarrollo de la Matemática moderna. En efecto, por medio de figuras a tres dimensiones, hállanse ya simples consecuencias para la geometría plana: Pappus, partiendo de una superficie helizoidal, y como proyecciones de ciertas curvas alabeadas, describe la espiral de Arquímedes y la cuadratriz de Dinostrato. Arquímedes establece los fundamentos del cálculo infinitesimal, que tan fecundos resultados debían dar luego en manos de Newton, Leibnitz y Euler; Apolonios, sienta los principios de la geometría de posición en su parte métrica. Y la preciosa idea de Descartes respecto al orden y proporción, asoma ya en los labios de Aristóteles. Con estos principales descubrimientos se cierra el primer período de la Matemática para dar lugar a un paréntesis de algunos siglos, y quizá se hubiera perdido dicha ciencia para nosotros si los árabes no cuidaran de trasmitir al occidente, los conocimientos de la antigüedad. Empero al llegar el siglo XV, opérase una gran revolución europea, y después del segundo período que podríamos llamar de simples traductores de obras griegas y latinas, inaugúrase el tercero y cuarto, los cuales juntos con el siglo actual podemos designar bajo el nombre de período de las matemáticas modernas.

A raíz del tercer período, la tendencia a la generalización aumenta cada vez más: Vieta, Fermat y Descartes al tomar nuevos puntos de vista, originan una grande revolución dentro del terreno de la cantidad, sellando así dicho tercer período.

[2] Origen de las cantidades inconmensurables.
[3] Origen de las cantidades negativas.

El álgebra y la geometría desarróllanse primero en Italia, trabajando con entusiasmo los distinguidos Scipio, Ferrei, Tartaglia, Cardan, Bombelli, para alcanzar la resolución de las ecuaciones de 3º y 4º grado; en Francia, Vieta perfecciona muchas ramas particulares del álgebra, enseñando a resolver gráficamente la ecuación de 3er. grado, de la cual depende la solución de los famosos problemas de la antigüedad. Descartes por otra parte, aplica el álgebra a la geometría, y forma la célebre geometría analítica. Por fin, Pascal y Fermat constituyen los centinelas avanzados de los últimos adelantos en las teorías de la geometría superior y la de los números. Si pasamos a Inglaterra veremos al barón Neper que simplifica los cálculos mediante la teoría de los logaritmos, y al distinguido Harriot que da los principios fundamentales de la composición de ecuaciones, ocupándose luego otros varios ingleses en el estudio de las series.

Llega el cuarto período, y realízase otra nueva revolución, mediante el descubrimiento nunca bastante ponderado de la cantidad infinitesimal, y cuyo derecho de prioridad se disputan Newton y Leibnitz. Hay que advertir que en las dos revoluciones citadas correspondientes a los dos últimos períodos existe una nota común: la variabilidad de la cantidad; bien que en el tercero se conserva el *quantum*, y en el cuarto no. Ahora bien, como el gran secreto de la Matemática consiste en dejar la cantidad en su mayor grado de indeterminación, no cabe duda que los trabajos de Leibnitz y Newton debían ser mucho más fecundos que todos los anteriores.

Así se resuelven problemas complicados, que habían resistido a la antigua Geometría y hasta al análisis de Descartes. Los célebres Bernoullis, partidarios acérrimos de la escuela de Leibnitz, ocúpanse de soluciones referente a los isoperímetros, preparando de lejos el método de las variaciones. En realidad de verdad que si buscamos el espíritu científico que domina en esta época, descubriremos que existe como una tendencia hacia la geometría, a pesar de su unión más o menos estrecha con el análisis. Descartes ya indica como uno de los problemas más interesantes, la determinación de la tangente en un punto de una curva, interesándose en ello varios matemáticos, sobre todo Fermat y Roverbal. Pascal y Desargues, tienden a la par a cultivar la geometría, formando el punto de unión entre la geometría antigua y moderna, o sea entre Apolonio y Poncelet. Sigue luego Maclaurin con la atracción de los elipsoides, superficies homofocales, todo lo cual procuran transformaciones notabilísimas para el análisis y la resolución de un problema que había constituido por un largo período de tiempo la desesperación de los matemáticos. Por fin Stewart, Poinsot, Cauchy y D´Alembert, continúan ese movimiento geométrico hasta señalar Poncelet y Dupin las últimas conquistas en esa preciosa rama del humano saber.

Fijados quedan mediante esa rápida reseña histórica, los diferentes puntos de la ciencia Matemática, en los cuatro períodos de la misma, o sea desde su origen, hasta a principios del siglo actual; y ello es que bien puede considerarse suficiente este bosquejo para quedar demostrado que el espíritu de la Matemática en los tiempos modernos es geométrico, tendencia que se acentúa aun más en nuestro siglo, que abre sus puertas con dos obras tan importantes como las de Monge y Carnot, las cuales procuran respectivamente notables desarrollos en la geometría infinitesimal y en la geometría proyectiva, que mas tarde adquiere proporciones colosales en manos de Chasles y Poncelet.

No cede Inglaterra en ese movimiento hacia la geometría, pues Hamilton da a conocer su célebre teoría de los cuaternions, que es una de las que priva hoy más entre los sabios. También Alemania, pretende desarrollar la geometría bajo bases completamente distintas de los principios euclidianos.

Séanos, pues, permitido hablar a grandes rasgos de ese siglo que nos vio nacer, de ese siglo cuyo movimiento científico parece traspasar los confines de lo posible, cubriendo de celajes el hermoso cielo de la verdad, efecto sin duda de las tristes ideas filosóficas que nos lego el siglo pasado como herencia.

I I

No parece sino que los hombres tienen predilección por todo aquello que mejor se lo abonen los sentidos o la experiencia, siendo de suyo más fácil de adquirir. Acaso este razonamiento explique la dificultad constante que han presentado las ecuaciones a ser resueltas. Después de los trabajos de Vieta y Harriot, creadores del álgebra moderna en la segunda mitad del siglo XVI y principios del XVII, pocos adelantos se han realizado en este vasto campo del análisis, como no se tengan por tales, los procedimientos de Descartes, Newton, Lagrange, Fourier, Sturm y Gräffe, los cuales han modificado o reducido el mecanismo, pero sin salirse de los números, como así lo corrobora el mismo Lagrange, cuando Lacroix pone en boca del mismo, las siguientes palabras: «Se puede asegurar de momento que cuando se resuelve de un modo general una ecuación de 5º grado, u otra de grado superior, se obtienen fórmulas algebraicas preciosas, pero muy poco útiles para la resolución efectiva y numérica de las ecuaciones, lo que no nos dispensa de tener que recurrir a métodos aritméticos»

El bellísimo párrafo que inserta el distinguido matemático el Sr. Merino, en el prólogo de una traducción de la obra de Enke, demuestra también de una manera gráfica lo poco que se ha adelantado en esta parte del análisis, Hélo aquí: «El problema atacado por cien distintos puntos a la vez, y minado y socavado durante siglos, aguanta todavía el empuje tremendo de la perspicacia y curiosidad, sobreexcitadas por tan tenaz resistencia de multitud de sabios empeñados sin tregua ni descanso en derrumbarle. En algunos momentos parece, si, que vacila y se desmorona; y por algunos sitios diríase también que amenaza inmediata y completa ruina; pero en conjunto, la inmensa mole continua gravitando sin conmoverse sobre el pobre entendimiento humano, y aplastándole con la irresistible pesadumbre de los misterios y dificultades que encierra»

Esto nos demuestra de una manera inconcusa los esfuerzos inmensos que debe realizar la inteligencia humana al pretender algún adelanto en el análisis puro. Empero si consideramos el análisis infinitesimal, veremos con sorpresa que adquiere grande vuelo en manos de Cauchy por asociarlo estrechamente con la geometría, dando ello origen a los conceptos más elevados que hoy se tienen de las funciones en general.

Por esto solo a los métodos geométricos nos atenemos, como quiera que ellos expresen en realidad de verdad el espíritu matemático también de nuestro siglo. Comencemos, pues, el estudio crítico de sus obras, por las dos notables de Monge y Carnot.

En las investigaciones de Monge, nótanse dos direcciones muy distintas:

1º) Las aplicaciones del cálculo diferencial e integral referentes a los altos problemas de geometría.
2º) El desarrollo de su Geometría Descriptiva que tiene por objeto ordenar y sistematizar bajo base científica, los conocimientos artísticos de Stereotomía, sombras y perspectiva, según relaciones constantes de posición.

La primera parte, o sea, el análisis aplicado, descansa sobre el empleo de las coordenadas de Descartes. Al estudiar Monge, las grandes cuestiones de curvatura de las superficies, se halla en el caso de enlazar los más bellos conceptos de la geometría superior con las teorías más arduas del cálculo integral[4].

Muchos célebres matemáticos siguen el movimiento de Monge; Meusnier, reduce los radios de curvatura de sección oblicua a los de sección normal; Lancret, estudia las líneas alabeadas en su doble concepto de curvatura, luego las rectas polares, superficies polares, esfera osculatriz y otras ramas relacionadas con las anteriores; Dupin y Malús, trabajan también en el mismo sentido; O. Rodríguez, pretende deducir las líneas y radios de curvatura de una superficie en función de los cosenos de los ángulos que la normal forma con los ejes coordenados, simplificando así los estudios de Monge; Bahillier halla una curva notable que se designa polar de un punto; Binet, trabaja en las curvas cuya evoluta es la misma curva.

Empero si notables son esos primeros trabajos, quizá aun lo sean más los realizados por los distinguidos Ossiam, Joachimistas, Serret, Picart y Bonnet, llegando este último a sustituir las coordenadas cartesianas por otras variables, que se hallan mas ligadas a la forma de la superficie dada; fecundísimo concepto que contribuyó sin duda a la investigación de las superficies isotermas, que dan origen a las coordenadas de Lamé, las cuales se transforman por medio de tres superficies de 2º grado homofocales, en coordenadas elípticas; reduciéndose éstas luego en polares, y por fin, las polares en tres planos, que son las coordenadas de Monge.

Mas dejemos esta primera parte para entrar en la segunda, o sea, en la Geometría Descriptiva, que sin duda debe procurar un nombre imperecedero en la historia de la Matemáticas a quien la fundara.

En la geometría ordinaria hay, podríamos decir, cierta vaguedad que no existe en la Geometría Descriptiva, esta es la ventaja del método de proyecciones. No cabe duda que la tendencia de esa geometría hacia la superior, es notoria, a fin de darle forma científica, y evitar que pueda decirse de ella, lo que dijo Chasles en cierta ocasión.

---

[4] Feuilles d´Analyse appliquée a la Geometrie

Los trabajos realizados en Alemania y Bélgica son considerables para completar los principios de Monge, al objeto de formar un cuerpo de doctrina completo, resultando que la proyección cónica fundamento de la perspectiva, debe constituir la base de esta ciencia, sintetizada en la gavilla, que es una de las formas geométricas fundamentales correspondiente a las de 2ª especie, o doblemente infinitas, como se acostumbra a decir.

También entran en esas teorías modernas los principios de correlación, por ser de más alcance en las aplicaciones, que no la teoría homográfica, y de ellos se vale el Dr. Fiedler, además de la razón anarmónica, que forma la base de la homografía según Chasles. El célebre Staud, en su obra «Geometría der Lage» parte sencillamente de la forma armónica derivada del cuadrilátero completo, obteniendo solo así, resultados sorprendentes. En suma, diremos que las proyecciones de Monge, se deducen de superficies cilíndricas o paralelas, mientras que las que acabamos de reseñar, se refieren en tesis general, a proyecciones cónicas o centrales. Estos nuevos puntos de vista de la geometría descriptiva han dado origen a nuevas ramas de la misma, siendo una de las más importantes la Axonometría. Muy conocidas son las ventajas que ofrece hoy el estudio de la perspectiva axonométrica para que tengamos aquí que recordarlas. Al atender a un cuarto plano de proyección resulta, según indica muy acertadamente un distinguido profesor, que la superabundancia de elementos, complicada en la apariencia, presta simetría a las construcciones y puede simplificar la solución de algún problema.

Esto nos lleva como de la mano a hablar algún tanto de esa geometría de posición, superior, general, proyectiva, derivada etc., o como quiera llamarse, que tiende hoy a unirse estrechamente con la Geometría Descriptiva. Al investigar las obras de nuestro siglo fuerza es considerar la de Carnot, como fuente de las teorías que profesan los más respetables geómetras. Para penetrarse de su espíritu basta leer su disertación preliminar, en donde es de ver la importancia que da a la idea de análisis de situación concebida por el inmortal Leibnitz, y que magistralmente expone D´Alembert, cuando dice: «Ciertamente que el análisis de situación es una cosa que falta al álgebra ordinaria; es el defecto de este análisis que hace que un problema parece a menudo tener mas soluciones de las que debe tener en las circunstancias limitadas en que se considera. Esta superabundancia del álgebra que da lo que no se pide, es admirable bajo todos los puntos de vista. Además es muy conveniente atender a la situación en el cálculo de los problemas, pues está consideración puede simplificarlos en muchos casos, pero el estado y naturaleza del análisis algebraico, parecen no permitirlo»

Estos pensamientos preciosos expresan el objetivo de Carnot, cuando pretende reducir la diversidad de posiciones de una figura por una simple mutación de signos; a este punto indica los abusos que se cometen al querer generalizar la idea ingeniosa de Descartes acerca de las cantidades positivas y negativas, acabando por sentar los principios siguientes como base de sus investigaciones:

Primero.- Toda cantidad negativa aislada, es un ser de razón que cuando se encuentra en el cálculo puede considerarse como simple forma algebraica incapaz de representar cantidad alguna real y efectiva.
Segundo.- Una de estas formas algebraicas no es más que la diferencia de dos cantidades absolutas, en que la mayor pasa a ocupar el lugar de la menor, y ésta el de la mayor.

Bajo este supuesto cambia las palabras de cantidades positivas y negativas en cantidades directas e inversas, alcanzando así el estudio de una figura primitiva relacionada con otras que llama correlativas y que por simple mutación de signos puede pasarse de unas a otras; concepto que forma un gran semillero de investigaciones científicas, que procuran según el decir de algún matemático, métodos fecundos y poderosos para salvar algunas dificultades relativas a los porismos de Euclides.

Así se abre en nuestro siglo una nueva era para la Geometría Proyectiva, dándose a conocer Brianchon que completa el principio de Pascal, luego Möbius, Bellavitis, Cremona, Culmann, Reye, y por fin, Zech, Gaskin, Pondra, Fiedler y Staud.

Adviértase que en general las doctrinas sostenidas por esos geómetras, hállanse íntimamente relacionadas con la Geometría de Riemann, perteneciente a la escuela de los pseudo - geómetras, última etapa de los pangeómetras, escuela que se separa ya de los principios de Carnot, así como de la verdadera y sana filosofía que debe guiar a una ciencia que por antonomasia se designa bajo el nombre de exacta.

Los nuevos geómetras correspondientes a la escuela trascedentalista o sea los pangeómetras, a pesar de partir de lo empírico, alcanzan el espacio meta-geométrico de los pseudo-geómetras, donde ni los conceptos, ni la imaginación humana, pueden nada, ni mucho menos la experimentación; consecuencia de suyo bastante anómala. Gauss, Riemann y Lobatschewsky, tratan de crear un sistema geométrico independiente de los axiomas de Euclides sobre las paralelas, y en verdad que no dejan de ser curiosos los párrafos que Stallo copia de esos geómetras, en donde se puede apreciar cual es la fe de los nuevos sacerdotes en la ciencia Matemática. Hay quien afirma que los teoremas de Lobatschewsky, Riemann, Helmoltz y Beltrami, forman la única base de la teoría completa y exacta del paralelismo; el entusiasmo llega hasta el punto de exclamar Cliford, que Lobatschewsky es respecto de Euclides lo que Copérnico de Ptolomeo.

Al comparar a los geómetras fácilmente se ve que una línea bien visible distingue a los nuevos de los antiguos o euclidianos; los modernos parten de lo empírico para remontarse a lo más trascendental; mientras que los partidarios de los griegos parten de axiomas que luego llevan al terreno de la realidad; marcha contraria una de la otra.

Conforme a los principios sentados en nuestro trabajo, débese entender que el paso a la realidad, no es sino por vía de comprobación más o menos exacta, a fin de que los principios que en nuestra mente formamos, se sujeten a la experiencia, de lo contrario nos viéramos obligados a aceptar la tesis de Vico, cuando dice que demostramos las verdades geométricas porque las hacemos. Siguiendo a los nuevos geómetras se explica que algunos admitan que la suma de los ángulos interiores de un triángulo plano no sea igual a dos rectos; y por ende que la recta sea una circunferencia, lo que andando el tiempo es muy posible que se llegue a sostener que la recta es una línea de forma acaracolada. Quizá por esto Alambert, dice: «La definición y propiedades de la línea recta, así como las líneas paralelas, son el escollo y el escándalo de los elementos de la Geometría»

No cabe duda que así pueden formarse varias geometrías, tales como indica ya Tilly, en el concepto de poder trazar a una recta desde un punto muchas paralelas, una o ninguna; geometrías que se designan respectivamente bajo los nombres de Gauss, de Euclides y de Riemann, siendo esta última la base de la Geometría de posición en nuestros tiempos.

Si en nuestros conceptos matemáticos, perdemos la comprobación del mundo real, trabajamos a ciegas, llevando la ciencia por sendas tortuosas y extraviadas, que no ofrecen más que ráfagas luminosas a manera de efectos de fantasmagoría, que se pierden en medio de noche oscura y tenebrosa. En las ciencias exactas a la par como en las bellas artes, debemos siempre procurar situarnos en la línea de intersección de las dos esferas, representantes del mundo real y del de las ideas.

En fin, una de las últimas conquistas realizadas en el campo de la ciencia Matemática, pero también de carácter puramente geométrico es la teoría de cuaternions inaugurada, podríamos decir, por la célebre obra de Bellavitis; y la cual forma luego cuerpo de doctrina en manos de Hamilton. De todos los conceptos ideados hasta hoy, acaso éste, sea el mas fecundo y digno de aplauso, pues atiende a los dos elementos que hemos señalado en un principio, o sea; la situación y medida de la cantidad; algoritmo sintético. El cálculo de los cuaternions, consiste en establecer dos especies de grandores reales. Uno de ellos constituido por las cantidades numéricas ordinarias; y el otro, formado por grandores que reúnen los dos atributos de longitud rectilínea y de dirección definida, dando origen a lo que se llama un vector.

Iniciado el movimiento, lo siguen otros célebres matemáticos, tales como Hankel, Romer, Keland, Tout, Hoüel, Wood, Scheffler, Cliford, Laisant, Lowell, Stringam etc. El gran principio de esta teoría consiste en que todas las rectas iguales, paralelas y dirigidas en el mismo sentido, son susceptibles de ser representadas por un mismo símbolo, que depende de tres elementos numéricos, conforme a la diferencia de las tres coordenadas respectivas de los puntos extremos de una recta dada; la recta así dirigida constituye un vector, lo que constituye el fundamento de la verdadera igualdad en esta nueva Matemática, que a pesar de su importancia tiene el defecto de que sus notaciones desgraciadamente varían más de lo que debieran para la buena unificación de la ciencia. En esta teoría no solo puede estudiarse la variable de Descartes, sino también la cantidad infinitesimal al estilo de Newton y la geometría superior en sus relaciones anarmónicas y transversales[5]; siendo notables sus múltiples aplicaciones en la rectificación de curvas, cuadratura de superficies, cubatura de cuerpos, y sobre todo en la hidrodinámica, teoría de la electricidad, cálculo potencial, etc. Hamilton prueba que su método comprende como caso particular del mismo, los procedimientos de Grassmann, y los de Möbius en el cálculo barycéntrico; alcanzando hasta el estudio de las curvas y superficies de 2º y 3º orden.

---

[5] Elements of quaternions d´Hamilton

I I I

Muy rápido ha sido el viaje que hemos realizado por el vasto campo de la Matemática moderna; los estrechos límites de una simple memoria, no han permitido decirlo todo, ni siquiera desarrollar como se debieran las teorías principales; empero lo cierto es que lo expuesto debe ser suficiente para descubrir en el desenvolvimiento de la ciencia que nos ocupa, la tendencia del espíritu matemático hacia la Geometría, como si por este camino creyera el hombre, más asequible el poder asirse a ese fantasma que persigue de continuo, y que siempre se le escapa de las manos; quizá la desesperación ha fulminado en la mente del mismo esos sistemas ridículos, que son rechazados aun por el sentido común.

Notorio es que los conocimientos matemáticos aumentan de día en día, generalizándose bajo las verdaderas bases del orden y la medida, a cuyo movimiento responde la notable teoría de los cuaternions; mas la falta de conmutabilidad en los factores, aparte del cúmulo de signos caprichosamente adoptados en las diferentes obras influye poderosamente para que dicha teoría no se acepte sin alguna desconfianza; y si bien grandes son ya sus aplicaciones en la física matemática, cabe sospechar que esa vía no sea la más expedita ni la más perfecta para la consecución del fin propuesto en la ciencia de la cantidad. El ropaje huelga para tal Señora.

La ciencia que necesita muchas palabras o muchos signos para darla a conocer, prueba que, o lo que sostenemos no es verdad, o que no hemos dado con el verdadero camino que debe procurar su desarrollo. En la Matemática existe un como ser misterioso, que impulsa al hombre a buscar el mayor grado de indeterminación en las cuestiones; pero desgraciadamente los medios con que cuenta no responden a sus conceptos; la palabra discontinua, digámoslo así, debe servir para expresar la continuidad de la idea; los signos y algoritmos de suyo hartos vagos y pesados, no siempre siguen al pensamiento, todo lo cual detiene su mano no pocas veces, obligándole a dejar la obra emprendida, como así resultó en la magnifica concepción de Lagrange, respecto a la teoría de las variaciones.

El vértigo, no obstante, que se nota en los tiempos modernos, corrobora que se desea ardientemente recabar ese procedimiento único y verdadero, que debe conducirnos con seguridad y sencillez, lo mismo a los alrededores de los puntos donde están situados los axiomas, que a los puntos más lejanos de los diferentes círculos que envuelven los primitivos. Los trabajos realizados en Alemania, Bélgica, Inglaterra y Francia, señalan las últimas conquistas de nuestros días, pero mientras el espíritu científico tenga por base el materialismo o panteísmo, no hay que esperar jamás verdaderos adelantamientos. Sobre todo en la ciencia de la cantidad al buscar la base de la misma solo en el mundo real o en el de las ideas, es entorpecer el verdadero progreso.

Los científicos que se basan en una sana filosofía son los únicos que nos sirven de guía, cuando queremos sacar provechosos resultados de la Matemática; éstos son los que generalmente señalan la imperiosa necesidad que existe de aunar los dos mundos precitados, convencidos de que solo en la línea única de intersección, pueden germinar los fundamentos de las ciencias exactas.

En verdad que los que así no piensan es muy posible andando el tiempo, que el mundo docente los confunda con uno u otro de los dos tipos célebres tan hábilmente descritos por el manco de Lepanto.

Interesa, aproximarnos, pues, a esa línea media de investigación, fomentando nuestro estudio en principios razonables y siempre dentro de las leyes naturales en que puede desarrollarse la inteligencia humana; es de todo punto urgente fijarnos un poco más con las herramientas que manejamos, estudiando con predilección los algoritmos que mejor deben servir para adunar lo material de la forma con lo ideal del concepto de nuestros trabajos científicos.

Vamos a terminar, por fin, manifestando que las dificultades inmensas que aun se presentan en el vasto campo de la ciencia Matemática para obtener la solución de cuestiones que podríamos llamar fundamentales, dependen sin duda de que varios distinguidos matemáticos, o han considerado la filosofía del cálculo como cosa inútil, o han pertenecido a escuelas filosóficas completamente perjudiciales para poder andar con desahogo por la senda de la verdad.

En este estado, pues, solo cabe una esperanza, y es que se agrupen los científicos que se honran con el título de católicos para que inspirados por una sana filosofía y con fe viva en el corazón, logren con tiempo y constancia, el poder afirmar el zócalo de ese templo que se pretende levantar al Señor, como digno ofrecimiento a los beneficios que nos dispensa en dejarnos entrever la sublimidad de su sabiduría infinita al constituir ese todo armónico y admirable de la Creación.

Barcelona a 10 de Febrero de 1890
Lauro Clariana Ricart

Esta memoria fue premiada en el Primer Congrès Scientifique International des Catholiques tenu a París du 8 au 13 avril 1888.