

**Desarrollo de la Matemática Pura
en los tiempos modernos**

1894



in méritos que me abonen, impulsado tan solo por el deseo de cumplimentar la voluntad de mi digno e ilustrado Jefe, el Excmo. Sr. Rector de esta Universidad, vengo hoy a ocupar indignamente una Cátedra que debiera pertenecer exclusivamente a los sabios de verdad; a los doctores insignes, gloria de nuestra nación; a los respetables ancianos que, encanecidos en la ciencia, han logrado que su nombre repercutiera más allá de las fronteras de nuestra patria.

Ya sabréis que el distinguido catedrático Dr. D. Victorino García de la Cruz era quien debía llevar la voz en este momento solemne; más la circunstancia de haber pasado dicho compañero a la Universidad Central, hizo que se nombrara a mediados de Junio último para la oración inaugural del curso 1894 a 1895 al que tiene el honor de dirigiros la palabra, e ingenuamente os confieso que de ningún modo hubiera aceptado tan penoso cargo, atendida la premura del tiempo, si no hubiese considerado que mi negativa podía atribuirse a falta de atención y respeto.

Viene en mi auxilio, no obstante, la disposición reciente dictada por la superioridad al encargar que las oraciones inaugurales sean breves; más, si semejante disposición me favorece, no me tranquiliza, pues no me siento con alientos para mover agradablemente vuestra atención, aunque sea por breve rato, avezados como estáis a oír tan solo pensamientos sublimes y fecundos, engalanados con rica frase y poético estilo. Acostumbrado desde mi infancia al duro y árido lenguaje de la Matemática, no esperéis en modo alguno que luzca mis hopalandas que andan sin cepillar y hechas jirones; mi vida científica, de suyo maltrecha y cariacontecida, ha de poner de relieve la pobreza de mis conocimientos, engendrados en medio de muchas contrariedades y mil sufrimientos morales.

A pesar de mis fundados temores, cuento con la ayuda de Dios, amén de vuestra nunca desmentida indulgencia que, hoy sobre todo, a manos llenas tendréis que otorgar. Bajo esta esperanza y sin más preámbulos, voy a someter a vuestra ilustrada consideración, el tema siguiente:

Desarrollo de la Matemática pura en los tiempos modernos

Comprendo perfectamente, Señores, que temeridad fuera la pretensión de desarrollar debidamente el movimiento científico moderno dentro de los estrechos límites que se me concede, aunque sea circunscribiéndome a la Matemática pura. En mi difícil situación, no cabe, pues, más que señalar las principales líneas que sirven de zócalo a ese gigantesco edificio que, a manera de Torre de Babel, se eleva a una altura prodigiosa y sella de modo portentoso el poder de la inteligencia humana en su esfera máxima de acción

Indubitamente que en la ciencia hay que partir de principios indemostrables, y que generalmente hacen referencia a los axiomas y postulados; puntos de partida de nuestra actividad intelectual; afianzamiento de todas las verdades elaboradas por esa pequeña masa docente que se agita en medio de la humanidad entera. Afirmar bien esos puntos de partida es solidar la ciencia; es medio seguro para evitar muchas discusiones graves que se suscitan a menudo en los tiempos modernos, a causa de la resistencia que oponen ciertos filósofos matemáticos a la admisión de principios formulados por algunos talentos, más amigos de innovaciones que de verdaderos adelantamientos científicos.

Lástima que no sea factible determinar esos puntos de arranque cual corresponden a los de las diferentes ramas de una función multiforme para un cierto valor dado a la variable independiente, pues entonces podríamos seguir con seguridad el camino de las líneas respectivas; signo gráfico de las diferentes fases de ese continuo tejer y destejer que se opera en el telar de la inteligencia.

Los puntos de partida de la ciencia, a manera de centros vibratorios, transmiten sus movimientos al medio que les rodea mediante ondas dilatadas y condensadas; ondas que expresan las operaciones de restar y sumar, desarrolladas, podríamos decir, en el Algebra conceptual de Boole; ondas que sencillamente se precisan en dos palabras, análisis y síntesis; elementos que por si solos integran todos los conocimientos humanos; operaciones del entendimiento que, aun con propiedades enteramente opuestas, andan siempre juntas. Mas si bien no cabe resultante posible en la labor de la inteligencia sin la acción mutua de las dos operaciones precitadas, el método que se sigue en la adquisición de alguna verdad toma el nombre de analítico o sintético, según que predomine uno u otro; armas de diferente temple que los científicos, no saben manejar igualmente, pues así como el método analítico constituye la herencia concedida a las medianías, en cambio el método sintético forma el patrimonio de los genios, es decir, de esos seres privilegiados que con el vuelo del águila se elevan a inaccesibles alturas, descubriendo lo que no puede alcanzar la multitud que se arrastra por la tierra: desgraciadamente solo de tiempo en tiempo asoma por Oriente alguno de esos soles que vivifican y dan calor y luz a los amantes de la ciencia, para que prosigan su carrera indefinida hacia la adquisición de la verdad.

En la Matemática vemos transcurrir un período cuasi de dos mil años sin adelantos ostensibles. Desde la época de los griegos hasta el siglo XVII, la oscura y tenebrosa noche extiende su manto por los vastos campos de la Matemática, y muy raras veces interrúmpense las tinieblas por las ráfagas de alguno que otro cometa que rápido cruza el espacio. Los genios, sin embargo, que se suceden desde el siglo XVII hasta nuestros días, sacan por fin a dicha ciencia del letargo en que por tanto tiempo se halló sumida. Descartes, Leibnitz, Cauchy, Poncelet, Chasles, Riemann, Gauss y Lobatschewsky, son los jefes del movimiento moderno, los cuales inician cuatro direcciones perfectamente distintas. Descartes con su geometría analítica; Leibnitz con la invención del Cálculo infinitesimal; Cauchy, Weierstrass y Riemann con sus funciones; y Poncelet, Chasles, Gauss, Lobatschewsky y otros con sus diversas geometrías.

He aquí las cuatro robustas ramas que del frondoso árbol de la Matemática pura han brotado en los tiempos modernos, y de cada una de las cuales vamos a ocuparnos rápidamente, empezando por el notable pensamiento de Descartes.

No cabe duda que entre todos los conceptos admirables de ese insigne matemático, existe uno que supera a todos los demás, y este es la unión feliz del Análisis con la Geometría. La Geometría se reforma bajo nuevas bases, expresadas en particular por la teoría de las coordenadas y por la significación adecuada de las soluciones negativas en los problemas. Descartes establece el orden en el estudio de las curvas, que en tiempo de los griegos se realizaba por separado y sin enlace alguno; las líneas y superficies se definen ya por ecuaciones, y el estudio de esas líneas y superficies no es más que el estudio de dichas ecuaciones. El artificio de ese admirable pensamiento, consiste en fijar la posición de un punto por medio de dos o tres elementos que constituyen sus coordenadas. ¡Poder generalizador de la inteligencia humana que así extiende su círculo de acción reduciendo los medios para alcanzarlo! En efecto; la relación de coordenadas de un punto correspondiente a una línea, es suficiente para conocer no solo a ésta si que también todas las propiedades que le son anexas; una sola generatriz de una superficie basta para conocer a ésta junto con todas las propiedades que a la misma se refieren.

Cierto que si escucháramos a Marie, sabríamos que diferentes geómetras, desde Apolonio, merecen la paternidad de la invención que se atribuye a Descartes, contándose entre ellos a Cavalieri, Fermat y Roberval; con todo, fuerza es confesar que ninguno presenta la cuestión de signos como el célebre filósofo del siglo XVII, bien que no deja de ofrecer en ciertos casos alguna dificultad al objeto de establecer la armonía conveniente entre el Algebra y la Geometría, tal como lo manifiesta el distinguido Cournot.

No cumple a mi propósito detallar como puede llegarse a la Geometría analítica de hoy, ni tampoco manifestar las contradicciones palmarias que surgen al suponer en unos casos el símbolo de la perpendicular como perteneciente a la cantidad imaginaria, y en otros como representante de la cantidad real. Tampoco hablaré aquí de la realidad geométrica que puede concederse a lo que suele designarse bajo el nombre de puntos, líneas y planos imaginarios; estos descuidos o negligencias quizá expliquen el atraso relativo en que ha quedado dicha ciencia respecto a otras, tal como el Cálculo infinitesimal de Leibnitz, origen de la revolución más portentosa que se ha iniciado en nuestros tiempos, y de cuyo Cálculo infinitesimal, como segunda rama de las expuestas, voy a decir cuatro palabras.

Yo tengo para mi, Señores, que de todos los pensamientos humanos, ninguno ha habido tan grande y tan fecundo como el de la célebre diferencial de Leibnitz, y naturalmente que por ser la idea de suyo tan colosal, no debía faltar quien la combatiera y hasta quien la despreciara, a manera de aquel niño que rebelde rechaza el pecho de su madre, que ha de proporcionarle su nutrición y crecimiento. A la controversia se sucede el ridículo y menosprecio, y por ende llégase al indiferentismo, sino repugnancia, a todo lo que sabe a principio filosófico aplicado a la Matemática.

Ciertamente que, si reprochable es empeñarse en buscar el *porqué* del *porqué* de los principios científicos, como diría Leibnitz, más censurable es aun prescindir por completo de todo principio filosófico, único sostén para no caer en contradicciones palmarias y errores vituperables.

La diferencial de Leibnitz no es más que el reflejo de la naturaleza en la esfera purísima del espacio y del tiempo; es el paso continuo de la nada a la finitud expresada por lo indefinidamente pequeño, y el matemático, aunque no utilice más que la cantidad finita, hállase atosigado constantemente por lo grande y pequeño, conceptos que, si bien difíciles de penetrar son innatos al hombre. En las obras de Arquímedes, encuéntranse ya vestigios de lo indefinidamente pequeño y de lo indefinidamente grande; en el libro de la cuadratura de la parábola, iniciáse la idea de los indefinidamente pequeños; y en el libro «*Del número de las arenas*» asoma ya el concepto de lo indefinidamente grande.

A pesar de ello, fuerza fue que transcurriera una porción de siglos para que los indefinidamente pequeños tomaran carta de naturaleza en la Matemática. Hasta que aparece Leibnitz, no se presenta de una manera franca la diferencial como elemento poderoso del Análisis.

A impulso de ese principal genio de nuestros siglos modernos, se mueven, agitan e inspiran algunos amantes de la ciencia, publicándose por el Marqués de L'Hopital en 1716, una obra intitulada «Análisis de los infinitamente pequeños para la inteligencia de las líneas curvas». Mas tarde en 1727, sale a la luz la renombrada obra de Fontenelle, o sea «*Elementos de la Geometría del infinito*» obra que privó muchísimo entre sus contemporáneos. Y de esta suerte andando el tiempo, alcánzase el siglo actual que se inaugura con la Metafísica del Cálculo, debida al ingenioso Carnot, y digo ingenioso, por cuanto sus argumentos tuvieron el poder de seducir a la mayor parte de los matemáticos de su época, considerando como cierto que en el Cálculo de Leibnitz se operaba una compensación de errores; ilusión que desapareció más tarde al comprender que ni el error debe formar la pena de una ciencia tan grande y perfecta como lo es la del Cálculo infinitesimal, ni es tampoco admisible que en dicho método exista compensación alguna de errores en medio de sus combinaciones algorítmicas; notable es, bajo este punto de vista, la obra de Fleury que tiene por principal objeto refutar el método de Carnot. Además, diferentes publicaciones más o menos filosóficas, más o menos apasionadas vense aparecer en nuestro siglo, las cuales tienden a descifrar los principios fundamentales de lo continuo, tales son: Sparre, al tratar de la determinación geométrica de algunos infinitamente pequeños; Fabry, al dar el primer principio, como él titula, del Cálculo diferencial; M. Lamarle, al procurar una nota sobre el empleo del infinito en la enseñanza de las matemáticas elementales; y para no fatigar al respetable auditorio que si digna escucharme, concretaréme a citar la obra recientemente publicada por Vivanti, la cual da una reseña histórica de los principales matemáticos que más se han ocupado de lo infinitésimo; y ya que, desgraciadamente, en su prolongada lista de autores no haya sabido encontrar ni uno solo español, no dejaré este punto sin tributar un recuerdo de respeto y consideración al Dr. D. Simón Archilla por su discurso de entrada en la Real Academia de Ciencias de Madrid, discurso que tiene por objeto hacer un estudio extenso de lo infinitésimo, trabajo de suyo muy superior a otros publicados en el extranjero.

Duéleme en el alma, no obstante, que en medio de tanta profusión de ideas, exista tanta divagación y desconfianza respecto a la noción fundamental de lo infinitésimo, efecto sin duda de no querer conceder a lo indefinido toda la importancia que merece, pues yo entiendo que esta idea es la única que nos puede sostener con pie firme en la ciencia de lo continuo, conforme a los razonables y verdaderos principios de una sana filosofía.

Sin duda que solo abrazando al árbol de lo indefinido puede uno lanzarse con seguridad por esos inmensos campos de exploraciones Leibnitzianas, sin que jamás tenga que invocarse el irrisorio principio de D'Alambert para aquietar las exigencias de una escrupulosa conciencia científica. Indudablemente que la diferencial de Leibnitz, considerada como un indefinidamente pequeño, condensa todos los diferentes métodos que se han ido sucediendo bajo los nombres de: «los indivisibles», de «las primeras y últimas razones», de «los límites», de las «fluxiones» etc., etc. Mas sea como quiera, aun prescindiendo del verdadero sentido filosófico en que la diferencial debe considerarse, lo cierto es que bastó apoderarse de esa potente palanca del Análisis, para que la Matemática realizara inmensos progresos.

De este modo se explica como el Cálculo diferencial e integral adquiriera proporciones colosales mediante los trabajos de recopilación de Lacroix y las investigaciones de Legendre acerca de las integrales eulerianas y elípticas; y una vez empujada la Matemática por esa vía, otros eminentes matemáticos, tales como Abel y Jacobi trabajan también al objeto de dar a conocer las funciones doblemente periódicas, que con sorpresa y satisfacción, vense coincidir con las funciones inversas de las integrales elípticas. Si fuéramos a detallar las integrales que se han desarrollado desde los tiempos de Leibnitz, sería tarea poco menos que imposible de realizar. Véase, sino, la extensión que toman, tan solo, las integrales definidas recopiladas por Bierens de Haan, obra que se divide en tres secciones: la primera encierra 111 tablas, compuesta cada una de diversas integrales; la segunda comprende desde la tabla 112 a la tabla 375; y la tercera que, sin duda, es la más importante, alcanza hasta la tabla 447. Un suplemento completa la notable obra de Bierens de Haan, do se halla una bibliografía referente tan solo a las memorias académicas y periódicos científicos que han tratado de integrales definidas y que el autor clasifica según las ocho primeras letras del alfabeto, correspondientes a la teoría de las integrales definidas, evaluación de las mismas, integrales definidas múltiples, evaluación por aproximación, cálculo de los residuos, funciones eulerianas, funciones elípticas, funciones ultra-elípticas o Abelianas y por último la sección simbolizada por la letra I que comprende varias funciones especiales, tales como la logarítmica integral, el seno integral, coseno integral y la función Bernoulliana. Una tabla de autores, compuesta de más de doscientos sabios dada por orden alfabético, indica, por fin, cuáles sean los que han tomado parte activa en ese movimiento colosal de la Matemática.

Ahora bien, si consideramos que la cantidad sea compleja además de continua, la Matemática adquiere, desde ese momento, su mayor grado de generalidad, dando con ello lugar al estudio de las funciones bajo nuevas bases.

La cantidad directiva, origen de las funciones referidas a la cantidad compleja, ha sido desarrollada sucesivamente por Bueé, Argand, François, Mourey, Riemann, Hamilton, Cauchy, Bellavitis, Möbius, Grassmann Höüel, Laisant, Casoratti, Dini, Beltrami y Macfarlane. Hermoso cuadro de conceptos variados y profundos, lo cual constituye una de las joyas de más precio en la Matemática moderna; y así se explica que Cauchy en ellos inspirado uniformara las funciones bajo un tecnicismo particular.

He aquí, Señores, la tercera importantísima rama de las cuatro que hemos señalado en un principio y de la cual vamos a ocuparnos brevemente.

El estudio de las funciones constituye uno de los progresos más notables de la Matemática moderna, realizado, según Forsyth, en un período de tiempo que no pasa de cuarenta años. Cauchy, Weierstrass y Riemann son los principales jefes de escuela, y al partir de principios muy diversos, obtienen consecuencias análogas o iguales.

Cauchy empieza su estudio clasificando las funciones en monodromas o uniformes, politropas o multiformes, meromorías, monógenas y holomorfas. Las integrales definidas las considera curvilíneas, en el concepto de que la variable independiente pueda seguir un camino cualquiera en su plano, y de ahí resulta la célebre idea de los residuos y con ellos la determinación de integrales curvilíneas.

De esta suerte, cuando el estudio de las funciones se concreta a las doblemente periódicas con el deliberado propósito de relacionarlas con las elípticas, entonces las funciones Θ y θ de Jacobi son suficientes para desarrollar toda la teoría, tal como puede apreciarse en la obra magistral de M. M. Briot y Bouquet.

Weierstrass en sus diferentes estudios respecto al mismo punto, toma, en cambio, por base ciertos productos indefinidos y convergentes, los cuales le conducen directamente al conocimiento de la célebre función σ , que luego combinada con otra μ , no menos importante, son indispensables para emprender la teoría de las funciones elípticas.

Empero, ya se siga la marcha de Cauchy o la de Weierstrass, en esa clase de funciones hay que considerar siempre lo que se llaman períodos, ceros e infinitos; y al dar esto lugar a la clasificación de las mismas en órdenes y clases, se establecen una infinidad de consecuencias a cual más variadas y fecundas; por ejemplo:

- Una función doblemente periódica de primer orden, no existe.
- Las funciones doblemente periódicas de segundo orden pueden ser de dos clases, según contengan un infinito de segundo grado o dos simples.
- Dos funciones homoperiódicas que tengan los mismos ceros e infinitos y del mismo grado, están en una relación constante.

Así podríamos continuar las innumerables consecuencias más o menos importantes e ingeniosas de las funciones en general, conforme al único tecnicismo que se conoce hasta el presente.

Más aparte de los dos estudios que van consignados para alcanzar las funciones trascendentes superiores, cabe aun el más original o sea el de Riemann; este insigne matemático divide las superficies en monodelfas, didelfas y polidelfas; los planos, los considera formados de diversas hojas en número igual al grado de la función multiforme, existiendo en dicho plano sus líneas de paso, al objeto de unir unas hojas con otras, a modo de los pares de una pila voltaica.

En suma, ya sea por un método, ya por otro, los últimos conceptos de esos grandes genios sirven para recabar las funciones hiperelípticas y abelianas; y como si esto aún fuese poco, la transformación homográfica o la sustitución lineal elíptica, hiperbólica y parabólica, da a conocer los célebres grupos de Fuchs, pertenecientes a las funciones automórficas, expresión de los últimos avances en la ciencia de la cantidad.

Si del Análisis pasamos ahora a la Geometría, última rama de las cuatro señaladas en el desarrollo moderno de la Matemática pura, nuestro asombro aumentará al fijarnos en la multitud de direcciones diversas que le asignan los autores, pues aquí no se trata solo de extender los conocimientos de los griegos, sino que se pretende salir del espacio ordinario, imaginando otros nuevos, cuyas dimensiones vayan aumentando a compás de las necesidades del Análisis.

Las condiciones especiales en que me hallo no permiten que presente todas las fases por que ha pasado la Geometría desde Desargues o sea desde el Monge de su siglo, como le llama Poncelet.

Al objeto de no abusar de vuestra benevolencia, propóngome en materia de suyo tan árida como extensa, ser tan breve como me sea posible, y en su virtud señalaré solo los matemáticos que sellan nuestro siglo, dando a la Matemática un carácter geométrico.

Hasta en tiempo de Poncelet y Chasles, la geometría moderna no forma cuerpo de doctrina o sea un compuesto armónico; de suerte que todos los autores están contestes en que Chasles ha sido el primero que de una manera general y sistemática, introdujo el principio de los signos, y si bien en la geometría de posición de Carnot se establecen reglas para pasar de unas figuras a otras, conforme al método de correlación y mediante las cantidades directas e inversas, los principios, no obstante, de este método o procedimiento, no se demuestran.

No cabe duda que la geometría de los griegos toma nuevas proporciones en manos de los geómetras modernos, pues los principios aplicados, por ejemplo, a puntos y a planos originan consecuencias análogas, con tal que se cambie la palabra punto en plano y recíprocamente; principio de dualidad que forma la base de la bellísima geometría de Staudt; más la vulgarización de esta clase de conocimientos se debe, sin disputa, a la célebre geometría de Chasles, que tiene por único pedestal la simple relación anharmónica de cuatro puntos, correspondientes a un haz de cuatro rectas, no siendo esto motivo suficiente para que otros matemáticos tales como Pascal, Desargues, Gregoir de Saint-Vicent, La Hire y Staudt hayan preferido partir de la relación armónica.

Una vez dado el impulso, sigue el movimiento, extendiéndose en diferentes direcciones, mediante las célebres teorías de homografía, involución, polares recíprocas, etc., etc., últimas ramificaciones de la Geometría proyectiva desarrolladas por los no menos distinguidos Poncelet, Brianchon, Möbius y Steiner.

Más aparte de la geometría precedente que podríamos considerar como un perfeccionamiento de la griega, aparece en nuestro siglo otra muy especial que Georges Lechalas designa bajo el nombre de Geometría general; es la geometría no-euclídea cuya importancia pregona Poincaré en una de sus memorias.

En esta nueva geometría, hállese la siguiente proposición de Lobatschewsky, que algunos califican de escándalo matemático. *«Por un punto exterior a una recta pueden trazarse infinidad de rectas situadas en el plano de la primera y del punto, sin que jamás encuentren a ésta»*

La fórmula fundamental que condensa dicha geometría, no es más que la sencilla expresión del área correspondiente a un contorno, siendo dicha área igual al producto de dos factores, uno constituido por lo que se llama el exceso, y el otro formado por un coeficiente, que es constante en una misma superficie y que en general se le llama parámetro.

De estas consideraciones dedúcense consecuencias a cuál más originales y sorprendentes. Según expresión de M. Delbeuf, una figura en un espacio de tres dimensiones y de parámetro finito, no puede ser mayor o menor sin cambiar de forma: en este sentido, los geómetras no euclídeos, han de suponer que éstos espacios no sean homogéneos. Además, en dicha teoría hay que considerar la superficie esférica en su mayor grado de generalidad, atendiendo a dos parámetros; uno, dependiente del espacio de tres dimensiones que se considera, y el otro, debido a la variabilidad que puede tomar la superficie esférica dentro de dicho espacio. Así es como se llega a sentar el principio de que todas las trigonometrías planas están dadas por las trigonometrías esféricas en un espacio único de tres dimensiones, con tal que en este espacio, el segundo parámetro pase por todos los valores imaginables desde una cantidad indefinidamente grande negativa a otra positiva.

Las tres geometrías en que se divide la Geometría general de Lechalas, se armonizan con las elíptica, parabólica e hiperbólica de Riemann, Euclides y Gauss respectivamente. Estas geometrías se diferencian, a la par, unas de otras por el signo que se atribuye al parámetro de la fórmula general que ya va consignada, es decir, que si el parámetro es negativo, se trata de la geometría de Gauss o de Lobatschewsky correspondiente a un espacio ilimitado; si es positivo, se refiere a la geometría de Riemann, desarrollada en espacio limitado; originándose por fin la geometría de Euclides cuando dicho parámetro toma un valor indefinidamente grande. En la geometría de Riemann, supónese que desde un punto fuera de una recta y en el plano que determinan, no cabe trazar recta alguna que no corte a la primera, dando esto origen a los puntos propios e impropios; este resultado que lucha con el buen sentido cuando se presentan los principios de una manera escueta y descarnada, necesita alguna explicación, tal como empiezan ya a darla algunos buenos pensadores, a fin de establecer bajo base filosófica las teorías de Culmann, Reye y Favaro, que tanto privan en nuestros tiempos.

Respecto a la geometría de Euclides, que es la clásica y la que mejor une los mundos real e ideal, consiste, como es bien sabido, en que desde un punto fuera de una recta no puede trazarse a ésta más que una sola recta paralela, sin que las dos rectas se encuentren jamás. Y por fin, en la tercera geometría, o sea la de Gauss, supónese desde un punto fuera de una recta y en su plano, un haz de rectas paralelas a la propuesta. En una palabra; en las tres geometrías precitadas se establecen todos los conceptos imaginables sobre un mismo objeto, por más que algunos de ellos no tengan representación en el mundo real.

Tilly enlaza esos conocimientos dentro del Análisis, estableciendo como un ciclo de tres puntos, y al considerar lo que él llama, la equidistante, resulta un cuadro de fórmulas que se adaptan a cada una de las geometrías respectivas; de esta suerte, por variación de un parámetro, se pasa de una geometría a otra: las funciones circulares sellan la geometría de Riemann o sea la doblemente abstracta; las funciones hiperbólicas, dan carácter a la geometría de Gauss, o sea a la simplemente abstracta.

II

He aquí, Señores, después de marcha más que rápida vertiginosa, un simple croquis del movimiento evolutivo de la Matemática pura en los tiempos modernos. Las ramas, empero, del grande árbol que acabamos de señalar no son las únicas que se desarrollan, pues además de las indicadas, existen otras quizás de menos importancia que las primeras, pero que integran los conocimientos de la Matemática, sobre todo en nuestro siglo. Imposible fuera de todo punto, señalar tantas ramas y ramitas como se cruzan y entrelazan, expresadas, por ejemplo, por las teorías de las series, de las funciones hipergeométricas, de las fracciones continuas, de las superficies apsidales y analagmáticas con sus líneas y superficies isotropas, de la integración de ecuaciones diferenciales ordinarias, entre derivadas parciales y de diferenciales totales; investigaciones arduas y atrevidas, cuyas se deben a tantos autores diferentes que sería prolijo enumerar.

Mas para terminar esta reseña matemática, me circunscribiré a señalar tan solo, lo que podríamos llamar, las ramas secundarias, ya que estas tienden a formar cuerpo de doctrina, y que pueden condensarse en las teorías de los números, del híper-espacio, de la combinación de las sustituciones y de las formas algebraicas homogéneas.

En la teoría de los números, después de Gauss y Legendre, siguen con verdadero entusiasmo esta clase de estudios, los matemáticos Dirichlet, Dedekind, Kummer, Kronecker, Cesáro, etc., etc., los cuales llegan a obtener relaciones muy notables entre los números y la elevada teoría de las funciones elípticas.

En la cuestión del hiper-espacio, o sea en el espacio de n dimensiones, encuéntrase como jefes de ese movimiento a los sabios Grassmann, Cauchy, Cayley, Clifford, Jordan, Darboux, Helmholtz, Klein, Lie, Beltrami Scheffler, Kelling, Riquier, Stringham, Schlegel, Fielder.

Y como si esa tendencia a la geometría moderna fuese poco, aparte de la geometría de la esfera, aun asoma por lejanía la geometría elemental recientemente capitaneada por Artzt, Brocard, Casey, Lemoine. Simmons. Tavry, Vigarié, geometría vulgarmente llamada «Del triángulo». Un tecnicismo especial forma la base de dicha geometría, siendo indispensable antes que dar un paso, conocer bien la significación de rectas conjugadas, isotónicas, simedianas, punto y ángulo de Brocard, círculos de Tucker, polígonos harmónicos, triángulos polares, etc., etc., todo lo cual queda condensado en la magnífica obra de Casey.

Respecto al estudio de la combinación de sustituciones que se enlaza con la teoría de las ecuaciones algebraicas y las integrales de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales, encontramos a Cauchy, Abel, Galois, Kronecker, Kummer, Sophus de Lie, Jordán y otros.

Y si, por fin, fijamos la vista en la teoría de las formas algebraicas homogéneas, hallamos a su frente Boole, Cayley, Sylvester, Salmón, Aronhold, Hermite y Clebsch, cuya teoría llevada a una región superior, da origen a lo que puede designarse bajo el nombre de Lógica matemática. En este orden de ideas Leibnitz anuncia ya algunas analogías entre las operaciones del Algebra y las de la Lógica; más hasta que se conocen las investigaciones de Boole y Schröder, no adquieren verdaderamente interés los precitados conocimientos, hallándose reunidos todos en la magnífica obra de Peano. Las propiedades conmutativas y asociativas de la multiplicación lógica, resultan análogas a las de la multiplicación algebraica; de esta suerte, la lógica deductiva llega a ser como el Algebra ordinaria, estableciéndose una nueva gramática de signos para expresar todas las partes de la oración conceptual sin determinación a objeto alguno y conforme a todo pensamiento matemático. Sensible es, sin embargo, que los mismos partidarios de la Lógica matemática anden tan divididos, no solo en la admisión de signos, si que también, en la parte esencial de principios.

Para formarse cargo, en fin, del último movimiento evolutivo de la Matemática, basta atender a las sesiones dadas por Klein en la exposición de Chicago, bien que se refieren exclusivamente a la escuela alemana.

El corto tiempo de dos semanas fue suficiente para que allí se condensaran los pensamientos más atrevidos de nuestra época. Doce sesiones bastaron para dar a conocer las tres principales categorías en que clasifica Klein a los matemáticos, conforme a los nombres de *lógicos*, *formalistas* e *intuicionistas*.

Este célebre matemático empieza sus sesiones hablando de Clebsch, y al indicar como la teoría de las integrales abelianas y sus funciones inversas explicadas por la superficie de Riemann, y sus teoremas de existencia, pueden sustituirse con ventaja por las curvas algebraicas de Clebsch, no deja de manifestar al propio tiempo, los muchos lunares que encierra esta teoría, prefiriendo los conceptos de Hurwitz.

En la segunda y tercera sesión ocúpase de Sophus de Lie, manifestando como ese geómetra cuya intuición es portentosa, llega a generalizar la idea de Plücker respecto al espacio-elemental, mediante su célebre esfera geométrica, la cual le permite realizar nuevos estudios referentes a la teoría de los grupos de transformaciones, elementos indispensables para alcanzar algún progreso en la teoría de las ecuaciones diferenciales.

En las sesiones sucesivas, Klein ya no trata de ninguna notabilidad matemática en particular, dando a conocer respectivamente las líneas y superficies algebraicas, las funciones asociadas con la geometría, que dan origen a las funciones hipergeométricas como integrales de ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden; y después de explicar la relación de la Matemática pura con las ciencias de aplicación, termina sus sesiones con el estudio de las funciones trascendentes relativas a los valores de e y π ; números ideales; solución de ecuaciones algebraicas; funciones hiperelípticas y abelianas; y por último, cierra las sesiones con la geometría no-euclídea.

Sin duda que las lecturas de M. Klein en la exposición de Chicago, pregonan cuales sean los últimos esfuerzos realizados en el siglo presente de la ciencia matemática: herencia para el siglo que se aproxima.

III

A la vista del cúmulo de conocimientos que van consignados, no se puede menos que admirar la incansable laboriosidad de tantos matemáticos, que de consuno trabajan decididamente con el laudable propósito de extender más y más su círculo de acción; empero, al propio tiempo se siente desfallecer y llega uno a creerse impotente para seguir el movimiento científico en su vertiginosa carrera y en sus múltiples y variadas direcciones, pues no parece sino que cada matemático sienta sus reales en su propia casa; unos, marchando por el hiper-espacio con organismo científico especial; otros, destruyendo con el hacha terrible de los límites las tiernas raíces representantes de los indefinidamente pequeños en sus diferentes órdenes; y los de más allá, resistiéndose a que la Matemática sea esclava de la Lógica y la Filosofía.

Así crecen los conceptos, multiplícanse los algoritmos, centuplícanse los procedimientos a capricho de cada uno, sin fijarse que en el día de mañana, imposible será de todo punto que haya quien sea capaz de abarcar la síntesis de tan bella como importante ciencia.

Yo entiendo que ha llegado el momento preciso de que los hombres más notables de las distintas naciones, se reúnan al objeto de encauzar esa infinidad de conocimientos que andan dispersos por el mundo de la matemática, y a semejanza del cura en el pueblo del célebre D. Quijote, se lleven al fuego todos aquellos libros que no sirven más que para calentar la cabeza sin resultado científico verdadero; y aparte de que comprendo perfectamente cuál sea la utilidad de cierta gimnasia intelectual, sobre todo aplicada a los estudios universitarios, no dudo que en los conocimientos humanos existe una línea divisoria, que al atravesarla ofrece inminente peligro, línea que mientras unos tienen el don de adivinarla y por consiguiente la prudencia de no alcanzarla, otros la traspasan de rondón, ya sea de buena fe o ya con el deliberado propósito de separarse de lo que ellos llamarán el montón, el vulgo científico o la masa inconsciente.

En España también se dejan sentir los efectos de ese movimiento general, a pesar de que por vergüenza nuestra, haya algún español que sostenga lo contrario; véanse, o sino, los conocimientos científicos que hoy se dan en las Universidades comparados con los de cincuenta años atrás. Sin embargo, creo, que esos adelantamientos en la ciencia deben realizarse con suma precaución y acierto, si se desean sacar óptimos frutos de la enseñanza, pues de lo contrario, el entusiasmo del catedrático puede trocarse en decepción, al ver que hay Bachilleres que ignoran los más elementales rudimentos de Aritmética, así como alumnos de Análisis y Cálculos que no alcanzan a resolver una ecuación, ni, mucho menos, escribir una integral de Euler.

En realidad de verdad que tal como se halla hoy la enseñanza en España, esos adelantos en la ciencia se hacen muy difíciles, pues, aparte de que las clases son muy concurridas, andan en ellas confundidos los que aspiran al grado de Doctor, con los que se dedican a carreras profesionales, debiendo ser la explicación del catedrático la misma para todos; contrasentido manifiesto, pues mientras unos aspiran a los ideales de la ciencia, los otros no se interesan más que por las aplicaciones de la misma. Además, si las clases de Matemáticas no procuran los resultados que fueran de desear, efecto es sin duda de que no tenga cada catedrático su auxiliar propio, para que en hora diferente de la de clase se dedique en ejercitar a los alumnos a la resolución de problemas y a discutir las teorías que hubiesen estudiado. Y puesto en la pendiente de las peticiones, no he de abandonar esta cátedra sin exponer mi pensamiento favorito, esto es, la necesidad que siente la Facultad de Ciencias de una Cátedra de Metafísica del Cálculo, al objeto de mover el espíritu de la juventud estudiosa hacia los ideales de la ciencia. Y ya que se dice que la escuela francesa es imaginativa, positivista la inglesa e idealista la alemana, con no tener nosotros ninguna, llevamos la ventaja sobre las demás de poderla formar mejor, pues las condiciones propias de nuestro clima y temperamento, pueden muy bien favorecernos, aunque nada extraño fuera que en España, con ser un país de suyo tan variado y accidentado, resultaran escuelas diversas, pues así como se dibuja por el centro una como tendencia a la escuela alemana, en cambio por Cataluña parece que le sienta mejor la escuela inglesa que, sin rodeos ni circunloquios, busca las soluciones a los problemas.

Sea como quiera, creo que ha llegado el momento de que los gobiernos españoles fijen algo más la atención en los estudios universitarios, al objeto de preparar el terreno en bien de las generaciones futuras, ya sea subdividiendo las clases, ya fundando nuevas cátedras que tiendan al adelanto de nuestros escolares para que se hallen al nivel de los del extranjero, a cuyo movimiento debieran tomar una parte muy activa los auxiliares, que sin duda vienen destinados a constituir el mejor plantel de nuevos y buenos catedráticos.

I V

A grandes rasgos y más aprisa de los que hubiera deseado, he dado a conocer, aunque en esbozo, el pensamiento que me propuse desarrollar en la presente oración inaugural; fuera un ingrato, empero, si dejara este sitio, que no es fácil vuelva ya a ocupar, sin dirigirme a los escolares que se dignan escucharme, y en particular, como justa deuda al amor y aprecio que me han demostrado en diversas ocasiones, profesándome un cariño paternal, a mis queridos e inolvidables alumnos.

Hermoso cuadro de afectos que no se borran jamás del alma y que procuran bienes sin cuento en el corazón de aquel que considera la cátedra como un sacerdocio, consagrándose por completo a sus alumnos. En este concepto, atrévome a aconsejaros que no despreciéis jamás conocimientos que estén fuera de vuestra esfera de actividad, pues todos contribuyen a formar la preciosa corona con que remata la obra de la Creación. Mantened siempre inhiesta la bandera de la ciencia, bien que sin orgullo ni aparatosa petulancia. Probad que en España no falta aplicación ni mucho menos faltan capacidades para el desarrollo de la ciencia, y esto fuerza es que lo demostréis desde las mismas aulas, como así lo han probado ya los alumnos de Cálculos de esta Universidad en el curso de 1892 a 1893, recabando un honroso premio en la Exposición de Chicago por un trabajo científico referente a la función *gamma* de Euler.

A este punto, séame permitido que concluya por fin, dejando que hable el corazón.

Apreciados escolares, queridísimos alumnos, tened presente que la verdadera riqueza en este miserable mundo, solo consiste en expansionar el espíritu por ese hermoso e inmenso jardín de las bellas Artes y de la Ciencia, inspirándose siempre en el amor incomparable de Aquel que derramó su divina sangre en bien del género humano sin distinción de razas ni jerarquías. Solo al amparo de ese amor divino podéis aspirar a que se rompa algún eslabón de la cadena que os tiene sujetos a la tierra; solo aunando lo bello con lo verdadero y lo bueno, vuestro espíritu puede acrecerse, sacudiendo el yugo de la materia do se halla encarcelado; solo el que piensa sintiendo y siente pensando es capaz de elevarse por las altas regiones del infinito, cuando en noche clara y silenciosa oye alguna sentida plegaria que cual brisa etérea se dirige al trono del Altísimo, mientras que, con la vista fija en el espacio, recuerda las leyes que esclavizan la materia y descubre al través de red telegráfica alguna que otra estrella que a manera de notas escritas en pentágrama musical, simbolizan alguna bella y sublime inspiración debida a los genios artísticos de un Beethoven, Schumman o Mendelssohn.

Solo procurando el equilibrio de las tres fuerzas representantes de las tres facultades del alma, puede esperarse que el hombre se complete y alcance toda la felicidad relativa que le es dable proporcionarse mientras se salva la pequeña distancia que separa la cuna de la tumba; solo cultivando con verdadera fe la ciencia, al abrigo de lo bello y del amor puro de Jesús, puede esperarse que el progreso de la sociedad no sea ficticio; solo así pueden establecerse los verdaderos lazos de familia que por momentos vemos, desgraciadamente, desaparecer; solo así, en fin, las generaciones futuras podrán fundarse bajo base sólida e imperecedera.

Al suplicaros, queridos míos, que sigáis la senda que acabo de indicaros, muéveme el deseo de vuestra felicidad, en la esperanza de que así lograréis ser modelo de estudiantes, amparo de los padres y consuelo de los hijos, alcanzando digna y merecida posición social. Y cuando pugne vuestra alma por salir de la cárcel en que se halla aherrojada; cuando recibáis el último ósculo de despedida de los seres por vosotros más queridos; cuando sintáis en la mejilla la última lágrima caldeada por el sufrimiento de los que tanto os amaron, en ese momento supremo, en esa diferencial de tiempo entre la vida y la muerte, aun experimentaréis inmensa satisfacción por vuestro noble y elevado proceder acá en la tierra, recabando como justo premio una felicidad eterna, un recuerdo perenne entre vuestros buenos amigos y un nombre ilustre para vuestra heroica y estimada patria española.

Barcelona a 1º de Octubre de 1894
Lauro Clariana Ricart

Oración Inaugural de la solemne apertura del curso académico de 1894 a 1895 leída ante el Claustro de la Universidad de Barcelona.