

# Elementos de Matemática Astronómica

1896



a circunstancia especial de no poder leer por su mucha extensión el presente trabajo, titulado:

### *Elementos de Matemática Astronómica*

el cual tengo el honor de ofrecer a esta ilustrada Real Academia, en beneficio de la clase de Astronomía aquí establecida, obligame a redactar siquiera una breve Memoria como síntesis de dicho trabajo.

Espero, no obstante, contando con vuestra benevolencia, que para justificar el fin de mis propósitos, me permitiréis que me detenga antes en ciertas consideraciones generales que a la *Astronomía* se refieren.

Sin duda, Señores Académicos, que la aplicación de la Matemática a la Astronomía constituye uno de los timbres de mayor gloria con que puede envanecerse el científico, habiendo contribuido a su desarrollo los hombres más célebres que registran los anales de la historia.

Una línea de demarcación existe, sin embargo, en el campo de esta ciencia portentosa; línea divisoria, que separa los astrónomos de ayer y hoy, dando lugar a dos épocas bien distintas: la primera, que empieza en los prístinos tiempos y termina en los célebres viajes marítimos de Colón, Magallanes, Elcano, etc., los cuales confirmaron la redondez de la tierra; la segunda, que tiene su origen, podríamos decir, en Galileo y alcanza hasta los tiempos presentes; en la primera época, el empirismo guía a los astrónomos; en la segunda, domina la ciencia; ayer, los instrumentos eran imperfectos; hoy, los medios materiales tocan las puertas de lo ideal; en la noche oscura de los tiempos, la imaginación lo avasalla todo; en los siglos XVII, XVIII y XIX, reina y domina la razón.

Con todo, nada despreciables son los trabajos de la primera época a pesar de sus resultados erróneos y desvaríos de la razón humana dentro de la ciencia astronómica, pues en medio de las tinieblas, descúbrese a veces alguna ráfaga de luz que declara la existencia de algún ser extraordinario; alguno de esos genios, que anticipan descubrimientos que por desgracia quedan ignorados entre sus contemporáneos, y en el más profundo olvido por algunas generaciones subsiguientes, hasta tanto que tras muchos siglos, otro genio aprovecha aquellas semillas que no habían perdido aun su fuerza vital.

Vosotros quizá mejor que yo sabréis que autoridades respetables sostienen que la India desde las más remotas edades no ignoraba que la tierra era esférica; que Anaximandro enseñó que la tierra era redonda y libre en el espacio; que Pitágoras afirmaba que en la Creación todo se verifica ordenadamente con número, peso y medida considerando además, el movimiento diurno como resultado de la rotación de la tierra alrededor de su eje; que Aristarco de Samos, tuvo la intuición del movimiento de traslación de la tierra; que Demócrito dijo que la vía láctea debía su luz a una innumerable cantidad de lejanas estrellas; que Selenco, llegó a explicar las mareas por el movimiento de la luna combinado con el de la tierra.

Empero, a pesar de esas intuiciones de la primera época, bien cabe afirmar que los conocimientos astronómicos no se consolidan hasta que las leyes de gravitación toman carta de naturaleza en la ciencia, coronando esa época feliz para los astrónomos, no solo el descubrimiento de nuevos y variados instrumentos mucho más perfectos que los de la antigüedad, sino en particular el concepto científico más colosal de nuestros tiempos modernos, expresado por la célebre diferencial de Leibnitz; base de la Matemática sublime; palanca poderosísima del análisis.

De esta suerte, a las primeras ideas de Galileo acerca de la gravedad y a la revolución científica realizada por Copérnico, sigue Kepler con sus leyes que a la gravitación se dirigen, pero que aparte de su importancia todavía eran esclavas del empirismo de que adolecían los conocimientos astronómicos de la primera época.

Verdaderamente que para adelantarse a los pensamientos atrevidos de Kepler, preciso fue que naciera un Newton, que en poder de su genio llegara a condensar todas las leyes conocidas en una sola y de suyo tan fecunda y potente que por si misma tuviese el poder de borrar, al propio tiempo, todo concepto erróneo de las anteriores.

*"Los cuerpos se atraen en razón directa de las masas y en razón inversa del cuadrado de las distancias"*

Ya lo sabéis, Señores Académicos, esta es la ley sencilla a la par que fecunda del sabio Newton.

A este punto me permitiré la libertad de llamar vuestra atención recordando la particularidad singularísima de que dicha ley no fuese aceptada por los distinguidos matemáticos Huggens y Juan Bernoulli, ni tampoco, además, por el coloso de aquellos tiempos, aquel que cual calma resistente e indestructible sostiene la bóveda sobre la que se apoya el mundo científico de los tiempos modernos. El nunca bastante alabado Leibnitz.

¿Puede atribuirse este fenómeno a la rivalidad, o habrá algún fundamento en protestar de la precitada ley?

Claro está que jamás se dirá la última palabra en el terreno de la ciencia, y cierto es que si dicha ley se ajusta con el análisis para cuando se consideran dos masas, no sucede lo propio en el concepto de que hayan tres solamente, dando lugar este caso al famoso problema tan discutido, aunque no resuelto, de *los tres cuerpos*.

Quién sabe, y dispensad mi atrevimiento, si andando el tiempo llegará un día en que se demuestre que la ley de Newton debe ser reemplazada por otra más lata, en la cual vaya comprendida la primera, de modo que sin ser tan sencilla de formular, se avenga mejor con el análisis, considerándola, por ejemplo, no como función involuta, sino como función envolvente, y que lo mismo se aplique a masas que salven distancias indefinidamente grandes, que indefinidamente pequeñas o intermoleculares.

La adquisición de verdad tan grande daría lugar, sin duda, a un nuevo estudio de Astronomía que quizá tendría el poder de reducir el trabajo ímprobo que hoy existe para determinar, mediante mil rodeos de suyo largos y pesados, valores aproximados de fórmulas que el análisis no puede resolver exactamente.

De todos modos, nada se sabe hasta hoy sobre si existe una ley superior a la del famoso Newton, y en caso afirmativo no se esconde la inmensa dificultad que puede haber en descubrirla, por lo cual no queda más recurso que atenerse por ahora a la última palabra del insigne inglés, utilizando al efecto los grandes estudios realizados por Bessel, Cauchy, Hausen, etc., al objeto de reducir los desarrollos y hacer el trabajo científico lo menos penoso posible, y por ende, alcanzar por fin el manejo de sencillas tablas; última etapa del astrónomo.

Estas consideraciones nos dan a entender que para recabar debidamente los resultados en Astronomía se necesitan, en rigor, tres grupos de Matemáticos, por cierto de condiciones bien distintas, si no opuestas, y que por consiguiente no cabe confundirlos ni mucho menos mezclarlos jamás. Yo tengo para mí, que esos tres grupos podrían clasificarse en Matemáticos geniales, de talento y prácticos.

Los primeros, solo debieran estudiar el perfeccionamiento de las leyes al propio tiempo que fueran venciendo constantemente las dificultades del análisis matemático. Los segundos, tendrían que ocuparse solamente en llevar los conceptos de los primeros a simples tablas metódicas y bien razonadas; y por fin, los terceros, o sea, los matemáticos prácticos, su ocupación predilecta debiera ser el cálculo y manejo de instrumentos.

¿Cuál útil no fuera que al designar el personal en los observatorios se tuviera en cuenta la clasificación precitada?

En suma, de lo que precede se deduce como consecuencia que lo que más importa y lo más difícil de llenar es que haya astrónomos que se dediquen exclusivamente a la Matemática y que procuren adelantamientos verdaderos en la ciencia astronómica. Por esto interesa de un modo especial, llevar a la juventud estudiosa por ese derrotero, haciéndose más interesante en España, donde parece que los estudios que se rozan con la Mecánica Celeste, permanecen generalmente en el más completo olvido.

Ahora bien, fuerza es confesar que la suma de conocimientos que requiere el estudio Matemático de la Astronomía dificulta alcanzar de un modo completo una ciencia que toca hoy ya los últimos confines a que puede llegar la razón humana. Difícil es añadir nuevas páginas a lo que viene consignado por los talentos más preclaros de todos los siglos; con todo, aun cabe, sin extender el círculo de acción conocido, aclarar ciertos conceptos, detallar muchos cálculos, modificar o simplificar alguno que otro procedimiento que se presenta difícil o ininteligible al objeto de vulgarizar el lenguaje de los sabios y de esta suerte promover la afición a ese orden de estudios entre los que se dedican a la Ciencia.

He aquí el motivo que me ha impulsado a escribir algo de Matemática Astronómica, tomando por guía la distinguida y clásica obra de M. Tisserand, donde puede apreciarse, por modo evidente, la importancia que adquieren las últimas investigaciones matemáticas.

Después de estas ligeras consideraciones justo es que pase a dar una reseña del modo como se halla distribuida la materia en mi trabajo científico. De importancia me ha parecido dar a conocer ante todo, y por vía de Introducción, algunas fórmulas que son de un uso frecuente en Astronomía, deteniéndome en particular en la parte dinámica correspondiente al movimiento de un sistema de puntos materiales, unidos o no, por ciertas funciones, pues ello constituye la base de la Astronomía, siendo de admirar las concepciones atrevidas de Lagrange, y en particular las de Jacobi y Hamilton, que reducen la integración de ecuaciones diferenciales de segundo orden a una simple integral completa correspondiente a una ecuación entre derivadas parciales de primer orden.

A la Introducción sigue la primera parte cuyo objeto es determinar los elementos elípticos de las órbitas planetarias y luego sus variaciones. Divídese en cinco capítulos, los cuales a su vez comprenden varios artículos bajo la forma que a continuación se expresa:

**Capítulo I: *Consideraciones generales sobre los principios astronómicos.***

- 1) Consideraciones acerca de las leyes que rigen los movimientos de los astros
- 2) Acción mutua de los planetas y el Sol.

**Capítulo II: *Análisis matemático del problema de los tres cuerpos.***

- 1) Consideraciones generales.
- 2) Análisis de los casos en que el problema de los tres cuerpos admita una resolución rigurosa

**Capítulo III: *Primera aproximación del movimiento planetario.***

- 1) Consideraciones generales e integrales de Laplace.
- 2) Algunas particularidades notables acerca del movimiento elíptico de los planetas.
- 3) Cálculo de la posición del planeta en la órbita.
- 4) Cálculo de la posición heliocéntrica.
- 5) Notaciones importantes y cuadro general de las integrales correspondiente a las ecuaciones diferenciales del movimiento de un planeta.
- 6) Determinación de la longitud y latitud heliocéntrica de un planeta.

**Capítulo IV: Integración de las ecuaciones diferenciales del movimiento elíptico por el método de Jacobi.**

- 1) Generalidades.
- 2) Método de la variación de las constantes arbitrarias.
- 3) Aplicación del método llamado de Hamilton-Jacobi.

**Capítulo V: Variaciones de las constantes arbitrarias por el método de Lagrange.**

- 1) Generalidades.
- 2) Aplicación de la teoría precedente al movimiento de los planetas.

Por fin, la segunda y última parte se ocupa de la determinación de la función perturbatriz, para cuyo objeto hay que atender a los capítulos y artículos siguientes:

**Capítulo I: Función de Bessel.**

- 1) Desarrollos en forma de series.
- 2) Aplicación de la trascendente de Bessel al movimiento elíptico de los planetas.

**Capítulo II: Teorema y números de Cauchy.**

- 1) Consideraciones generales.
- 2) Coeficientes numéricos que forman los números de Cauchy.
- 3) Aplicación de los números de Cauchy.

**Capítulo III: Sobre ciertas funciones de los ejes mayores de que dependa la función denominada: perturbatriz.**

- 1) Desarrollos en serie de diferentes funciones.
- 2) Enlace entre las funciones de los ejes y las integrales elípticas.
- 3) Propiedades importantes entre las funciones  $\beta$ .
- 4) Derivadas de la función  $\beta$ .

**Capítulo IV: Desarrollo de la función perturbatriz en el caso de que la excentricidad y las inclinaciones mutuas de las órbitas sean poco considerables.**

- 1) Determinación de la función perturbatriz.
- 2) Otro procedimiento para la determinación de la función perturbatriz.
- 3) Desarrollos correspondientes a  $R_{01}$  y  $R_{10}$ .
- 4) Transformación de las diferenciales de los elementos elípticos.

**Capítulo V: Consideraciones generales sobre las perturbaciones planetarias.****Capítulo VI: Fórmulas generales correspondientes a las desigualdades seculares.**

He ahí, Señores Académicos, la síntesis de la materia contenida en mis "*Elementos de Matemática Astronómica*", materia que considero suficiente como base de la Mecánica Celeste. En este concepto tengo la esperanza que el distinguido profesor de Astronomía Dr. D. Eduardo Fontseré, sabrá completar el trabajo que yo presento en esbozo, para que la resultante de todos estos esfuerzos se dirija en bien de la juventud estudiosa, honra de esta Real Academia y gloria de España

*Barcelona 21 de Noviembre de 1936.*

*Lauro Clariana Ricart*