Superior Necesidad

de hermanar las Matemáticas y la Filosofía

1903

En su movimiento perpetuo e incesante, parece que la humanidad no obedece a otras leyes que a las de ese elemento que llena el espacio y no reposa nunca. Las ondas esféricas, determinativas de las leyes del calor, de las de la luz etc., diríanse reproducidas en la parte psíquica del hombre, con condiciones especiales, aunque con tendencias análogas. En una palabra, el continuo trabajo de las facultades intelectuales, su tejer y destejer, es fiel reflejo de las ondas del éter que se dilatan o se contraen en su movimiento progresivo

Así la colectividad o sociedad, suma de elementos congéneres, participa también de esas oscilaciones en medio de su continuo progreso. Espíritu y materia, amor y odio, ciencia e ignorancia, teoría y práctica, son los polos en derredor de los cuales giran constantemente las sociedades humanas que, por el incesante flujo y reflujo de sus olas, acumulan más y más granos de arena en la orilla para elevar su nivel o extender la parte sólida de la tierra a fin de que el hombre pueda sentar el pie en nuevas regiones o en más dilatadas playas.

El siglo XIX, como de los más favorecidos en las aplicaciones de la ciencia, ha llegado a creer que solo de la práctica pueden obtenerse resultados útiles y provechosos. Tal creencia se ha exagerado al extremo de que algunos sabios ilustres han tratado de dar carácter práctico a sus trabajos, persuadidos de que la filosofía es obstáculo al desarrollo de la verdadera ciencia. ¡A tal obcecación han conducido los enormes y asombrosos descubrimientos del siglo diecinueve!

Sin embargo, ¡qué contraste el de nuestro siglo comparado con los dos anteriores si se considera la marcha impresa al desenvolvimiento de las ciencias por los sabios que en ellos florecieron! En ese tiempo, la filosofía constituía la base de todas las disquisiciones y de todas las cuestiones científicas, en particular de las matemáticas, mientras ahora se la mira, en general, sino con desdén, por lo menos con indiferencia. Por eso la suma de energías intelectuales consumidas en el siglo de las luces, no guarda proporción con los resultados favorables obtenidos en la parte especulativa de la ciencia.

La separación de la Filosofía y de las Matemáticas, carece de fundamento, y si han de obtenerse resultados fecundos, es del todo necesario que marchen siempre íntimamente unidas como el tallo y la flor, el pintor y la paleta, el alma y el cuerpo.

Ha llegado, pues, el momento de reaccionar en favor de la ciencia, y concretándonos a las Matemáticas, diremos que es preciso fijar la atención en los problemas principales todavía pendientes de solución, porque dándoles carácter filosófico, podríamos llegar mejor al objeto deseado.

Posible es que esto se realice, porque en el curso ordinario de la sociedad, el movimiento de dilatación suele ir seguido casi siempre de otro movimiento de contracción, o, mejor dicho, de concentración; en una palabra, a un período práctico, sigue generalmente un período teórico, y todo ello se efectúa entre el asalto continuo y constante representado por lo que se denomina progreso.

En manera alguna, quiere decir esto que todos los trabajos verificados en el siglo en que hemos nacido, sean de poca importancia, o lleven el sello de la ciencia práctica. También en nuestros tiempos ha habido generalizaciones e hipótesis; pero los principios filosóficos que han guiado al espíritu moderno, ni han sido los más adecuados, ni los propios para el adelantamiento de la ciencia, porque como ha dicho Pascal: «las hipótesis, en gran número de casos, engendran el error y la falsedad»

Hay que confesar que el hombre tiene, por lo común, propensión a pasar de un extremo a otro; y por eso en matemáticas, o se muestra un carácter puramente práctico, o una tendencia a remontarse a regiones incomprensibles, en alas de principios filosóficos poco satisfactorios. Desgraciadamente esta tendencia no se circunscribe al campo de la Matemática; se extiende a las artes, invade los principios sociales y hasta las costumbres de los pueblos, imprimiendo a cada época carácter en consonancia con sus elementos constitutivos. Quizá por tal razón en la célebre obra de Cervantes solo hay dos tipos: Don Quijote y Sancho.

El hombre propende únicamente hacia la esfera de lo ideal o hacia la esfera de lo real, sin parar mientes en que el gran secreto para lograr progresos positivos y fecundos, consiste en colocarse en la línea de intersección de las antedichas esferas.

En la prodigiosa ciencia Matemática hay, sin duda, un fondo metafísico que no puede desdeñar quien la cultiva por afición y no por espíritu de lucro. Indudablemente la cuestión es ardua y difícil; pero esto no es motivo suficiente para esquivar el punto más trascendental de la ciencia. Abrigamos por otra parte, la convicción de que cuantos sacrificios hagamos para superar las numerosas dificultades que pueden presentarse, serán compensados por extraordinarias ventajas.

Por lo mismo, penetrados de esta poderosas razones, hemos llegado a concentrar nuestra atención sobre dos puntos importantes: 1º.- El infinito aplicado al análisis y a la geometría; 2º.- Las cantidades positivas y negativas consideradas como las verdaderas bases del análisis de situación.

Permítasenos, pues, enunciar acerca del asunto algunas ideas, para que si algo bueno contienen, las utilicen otros más hábiles, o en caso contrario, sirvan de estímulo para dedicarse con mayor intensidad al estudio de los problemas filosóficos que deben constituir el pedestal de las ciencias matemáticas.

Comencemos por el estudio del infinito matemático.

El concepto de este infinito ha seducido a muchos sabios. Es como sol esplendoroso que deslumbra a cuantos lo miran y los subyuga rápidamente. La imaginación humana es insaciable; busca un último término para someterlo definitivamente, y parece haberlo hallado en la palabra ***infinito***; pero esto no basta a satisfacer la razón, porque según la ley de la continuidad, se sabe que nunca se puede llegar a ese último término y que si se llegase, no podríamos concebir que el lugar alcanzado fuese el último. El sabio escrupuloso y de buena fe, se resistiría a aceptar lo que no puede tener representación directa o indirecta en la realidad.

Por eso nada se opone a la aceptación de las líneas y de las superficies que se engendran en el mundo real, aunque no tengan materialmente modelo o representación exacta. No se halla tampoco en el mundo real la cantidad abstracta, pero no hay motivo para rechazarla, porque nace en él. No se halla asimismo en él la variabilidad, último elemento restante de la cantidad, y, sin embargo, da la base para separar ese algo que separa un punto de otro en cada línea y que se considera como menor que cualquier otra cantidad por pequeña que sea, concepción la más colosal de nuestros tiempos expresada por la célebre ***diferencial*** del filósofo-matemático, nunca bastante elogiado, Leibnitz.

El fondo metafísico contenido en este punto que constituye hoy la base de las matemáticas, ha sido muy controvertido desde el siglo XVIII; pero según M. Carnot, parece que tales cuestiones filosóficas han quedado relegadas a completo olvido. A pesar de todo, justo es hacer notar que los matemáticos, jamás han dejado de esgrimir arma tan poderosa en la seguridad de que puede llevarlos al verdadero resultado de los problemas por resolver.

Tal proceder merece censura, porque acostumbrarse a una cosa prescindiendo de las dudas que hayan podido asaltar en los comienzos el espíritu de alguno, no es aumentar la fe en la ciencia, sino obcecarse o garantizarse porque el instinto prepondera en ello sobre la razón.

Cuando a la imperiosa necesidad de sustituir el ***infinito*** por el ***indefinido***, es cosa tan notoria que goza ya de la autoridad de cosa juzgada para distinguidos matemáticos. Hemos tratado ya en otra ocasión[*]de este importante asunto, de modo que juzgamos innecesario repetir ahora los mismos argumentos para demostrar que lo indefinidamente pequeño y lo indefinidamente grande cierran el circulo de acción de la cantidad, siempre de acuerdo con el profundo pensamiento de Poisson: ***la idea del infinito matemático, contiene el germen del misterio y del absurdo.***

Si consideramos ahora el infinito como elemento fundamental para la geometría de posición, necesitamos exponer previamente algunas consideraciones generales que justifiquen los medios de que nos hemos valido para evitar su empleo.

---

[*] *Influencia del mundo real y del mundo ideal en el análisis infinitesimal.(Memoria presentada al Congreso científico internacional de Católicos, celebrado en París en 1891)*

Sabido es, en efecto, que la variedad en la unidad y la unidad en la variedad constituyen el fondo de todas las manifestaciones de la inteligencia principio que extiende a todos los ramos del saber humano y particularmente a la ciencia matemática, la más importante de las positivas. Todas las diferentes operaciones y las más altas concepciones realizadas en el vasto campo de la cantidad, redúcense a componer y descomponer, a analizar y sintetizar, a diferenciar e integrar. Verdadero sistema dualista, cuya conservación se pretende hasta en las cuestiones más especiales y desde los puntos de vista más diversos, aunque en muchos casos, falten elementos para su aplicación.

En la geometría de posición preséntase un ejemplo notable de este principio de dualidad, aplicado, por ejemplo, a dos sistemas de proyección, porque se admite que a todo punto del primer sistema corresponde otro en el segundo; pero generalizado este método para cualquier punto, resulta que puede haber en uno de los sistemas una posición tal que no tenga correspondiente en el otro. Así sucede tratándose de un punto que debe corresponder a otro punto determinado por rectas paralelas.

Para que no se corte el principio de la dualidad, han supuesto los partidarios de las nuevas teorías geométricas que las rectas paralelas, tienen también punto de intersección; pero, en la imposibilidad de darlo a distancia finita, entienden que las rectas paralelas se cortan en el infinito. Aceptado este principio, deducen de él como consecuencia lógica, que todas las rectas se cortan en un plano, y tal hipótesis da origen a los puntos llamados ***propios*** o ***impropios*** según las rectas se corten a distancia finita o infinita.

Además, como dos rectas solo pueden cortarse en un punto, esta circunstancia obliga a suponer que sea el que quiera el lado que se siga de una recta paralela a otra, sea de cierto lado sea del opuesto, solo se halla un punto de intersección, lo cual se resume diciendo $+\infty - \infty$ de toda recta en un mismo punto, de modo que, siguiendo esta pendiente es preciso conceder también que la línea recta no es una línea cerrada.

Ahora, si de la geometría plana pasamos a la del espacio, es evidente que para seguir aplicando el principio de dualidad, es necesario admitir que dos planos paralelos tienen en el infinito una recta común, y, por consiguiente, que todas las rectas determinan en el infinito un plano que cierra el espacio.

La mayoría de los matemáticos modernos aceptan de buena fe estos principios que constituyen la base de la geometría de posición, y como de ellos obtienen indirectamente medios para resolver los numerosos teoremas cuya demostración se proponen, les basta esto para adoptarlos, sin creerse obligados a ahondar los misterios que encierran tales hipótesis. Hay, sin embargo, matemáticos prudentes que, aunque partidarios de lo nuevo, procuran manifestar que tales concepciones no pueden ser consideradas sino en sentido ficticio o figurado. No es menos cierto que subsiste una duda acerca de esos puntos, líneas y superficies que se suponen situados en el infinito, y nos preguntamos si son tal cual las concebimos en la geometría ordinaria y en lo finito ¿Cabe en lo posible que para llegar a la verdadera intuición geométrica, pueda partirse de base distinta de la presentada por el mundo real?

Resumiendo, si para mantener la unidad en la variedad es necesario apoyarse sobre situaciones del infinito matemático, consideramos tal procedimiento soberanamente ilógico y creemos firmemente que habría medio de desarrollar la geometría de posición, sin acudir al infinito, ni pisotear la buena fe y la sana filosofía.

Es cierto, en realidad, que la concesión de puntos en el infinito puede tener por origen el estudio de la perspectiva, porque aquí un haz de rayos paralelos sobre el plano geométrico se transforma en un haz de rayos convergentes hacia un punto llamado de ***vista***, o limitado en el plano del cuadro, punto único que corresponde a todos los de las diferentes paralelas cuando se prolongan más que toda cantidad, por grande que sea, por lo cual los modernos geómetras suponen que el punto de vista corresponde al punto común de todas las paralelas en el infinito.

La idea de la perspectiva nos ha guiado, pues, en nuestras investigaciones, generalizando las concepciones de Desargues y de otros antiguos matemáticos.

Hemos creído al principio que la perspectiva sobre una esfera podría abrirnos camino para reducir la variedad de los haces convergentes y paralelos a la sola unidad de los haces convergentes; pero pronto hemos visto que para llegar a ese fin, no bastaba una sola esfera y que para la homogeneidad de los arcos, es decir, para que todos los arcos pertenecieren a circunferencias de circulo máximo, era preciso suponer una segunda esfera para transportar a ella la perspectiva de la primera. En esta atención y para mayor simplificación, hemos supuesto el radio de la primera doble que el de la segunda, y hemos tomado como plano geometral el plano tangente a las dos esferas en su punto común, en la hipótesis de que ambas esferas fuesen tangentes.

Así todas las rectas del plano geometral se transforman en circunferencias; estas circunferencias nos dan a su vez todas las propiedades que equivocadamente se suponen en las rectas, y de esta suerte todas las consideraciones quedan en lo finito. En suma, podríamos decir que la geometría de la esfera es la verdadera representación de la geometría de posición, sin más que establecer una correlación de figuras entre las perspectivas las citadas esferas y el plano geometral.

Si de las consideraciones respecto al infinito aplicado al análisis y la geometría, pasamos al segundo punto relativo al análisis de situación, nos hallamos frente a un nuevo problema filosófico que ha llamado la atención de algunos sabios; pero esto no es obstáculo, para que expongamos nuestra opinión por si fuera aprovechable.

Deseando evitar las objeciones que expone M. Carnot en el proemio de su Geometría de posición, hemos procurado hacer determinadas investigaciones de las cuales ha resultado cierta generalización de los procedimientos conocidos en el análisis ordinario y en geometría analítica respecto a cantidades positivas y negativas.

Para ello, prescindiendo del argumento y del módulo, tomamos un nuevo elemento con objeto de hallar medio mejor de desenvolver el llamado módulo, según se acerque o aleje de su origen en su oscilación para promover movimiento de retroceso o avance.

Sabemos que en análisis la cualidad de la cantidad depende exclusivamente del factor argumental, permaneciendo el módulo constantemente positivo. Conforme a nuestro punto de vista ha lugar a suponer para el último un movimiento de avance y otro de retroceso; y esta nueva idea permite nuevas combinaciones de signos, que tienden a completar el estudio de las cantidades positivas y negativas.

Sobre esta base más amplia se fundan cuatro fórmulas típicas para direcciones de rectas colocadas en un plano que contiene como eje de referencia la dirección de las cantidades reales. Después, generalizando, se logra la expresión de la cantidad *directiva* en todas las direcciones del espacio, gracias a otras cuatro fórmulas, dependientes cada una de cuatro elementos.

En este punto nos permitiremos hacer las siguientes preguntas: Las ideas que nos hemos limitado a expresar en bosquejo, ¿son las únicas que pueden producirse para alcanzar la solución definitiva de los importantes problemas enunciados? ¿Son estos los únicos problemas sobre los cuales debe fijar su atención el verdadero matemático?

No abrigamos, en verdad, pretensión semejante, pero de todos modos se desprende de lo expuesto que la Filosofía debe guiar nuestros pasos; mas si los frutos de la inteligencia han de ser provechosos para la ciencia, conviene no adherirse a cualquier filosofía, pues por lo precedente se comprende que no debemos buscarla ni en la zona tórrida, ni en la glacial, sino en la templada, al abrigo de todas las exageraciones hijas del orgullo del hombre cuando pretende salvar los muros que encierran su inteligencia.

Admisible es, por ejemplo, la suposición de que a la hipótesis de Euclides sobre el valor de la suma de los ángulos de un triángulo plano, pueden añadirse otras dos; pero pretender que la geometría que podemos considerar se encierre perfectamente en esas nuevas teorías, es pedir un imposible. Sostener que las cantidades negativas son menores que cero, es partir de mala base para ser luego víctima de las paradojas indicadas por M. Carnot en su célebre "Geometría de posición".

Decir, ponemos por caso, que la línea recta es una línea cerrada; que todas las rectas en un plano o que todos los planos en el espacio se encuentran respectivamente, hace incurrir en flagrante oposición con el sentido común, que traza la línea divisoria entre el hombre discreto y el desequilibrado; y puesto que el actual congreso se propone investigar los mejores medios para perfeccionar los métodos de enseñanza, creo llegada la ocasión de elevar la voz a fin de llamar la atención de los matemáticos con objeto de que con su ilustración y su saber pesen con toda su influencia sobre los centros docentes para imprimir en la marcha de sus estudios el sello regenerador de la enseñanza integral, acercándonos constantemente a esa línea importante que representa la intersección de las dos esferas real e ideal, entre las cuales se mueve el hombre. Unánse una vez para siempre la teoría a la práctica, y la práctica a la teoría; la filosofía a las matemáticas y las matemáticas a la filosofía.

Procuremos que a los jóvenes dedicados a las ciencias no se les obligue a tener la vista dirigida constantemente hacia la Tierra o hacia el Cielo. Evitemos, en una palabra, que su inteligencia se atrofie por una enseñanza puramente práctica, con la cual se impida a su espíritu remontarse a las maravillosas y espléndidas regiones donde se inspiraron Leibnitz, Descartes, Abel y Cauchy. No permitamos tampoco que esas jóvenes inteligencias sean retenidas en la misteriosa región del infinito matemático, llevándolas a través de esa serie de geometrías fantásticas, capaces de trastornar el mejor equilibrado cerebro, pues nadie puede formar idea exacta de lo inconcebible y de lo inimaginable.

¡Que efecto ha de producirse en la inteligencia, cuando, sin previa explicación filosófica, se le dice que de varios términos de una suma, podemos conservar uno solo, sin que altere el resultado! ¡Que juicio podrá formar el joven de claro criterio, cuando se exponga la necesidad de admitir que, prolongados los dos extremos de una recta, llegan a encontrarse!

Hay que aceptar o rechazar, esta clase de principios. En el primer caso, pueden quedar en el ánimo desconfianzas y desalientos y de ahí acaso la repugnancia que pronto sienten muchos de los dedicados al estudio de la matemática. En el segundo, se siente la necesidad de descifrar los misterios encerrados en semejantes principios.

Interesa, pues, sobre manera a los sabios modernos fijar la atención en este segundo punto. Conviene para ello que los matemáticos estén mejor dispuestos en favor de la filosofía, y para lograr tan hermoso ideal, se impone que en todas las Universidades se instituyan Cátedras de Metafísica aplicada a las Matemáticas, a fin de extirpar del seno de tan preciosa ciencia, todo cuanto pueda perjudicarla.

Permítasenos, por último, declarar que la provechosa y grata unión de las matemáticas y de la filosofía seria, desde el momento en que se realizara, no solo piedra de toque para estudiar el espíritu de las doctrinas de Descartes, Newton, Leibnitz, etc. sino el medio más eficaz para que, en la juventud consagrada a las ciencias, germinen nuevas fuentes de conocimientos, nuevas concepciones , puntos de vista completamente desconocidos.

De ahí resultaría necesariamente que las matemáticas, substrayéndose a ese movimiento de rotación que ha tanto tiempo las mantiene estacionarias, recibirían verdadero impulso que las haría avanzar hacia el progreso[1].

Vitoria, Febrero-Agosto 1903
Lauro Clariana Ricart

[1] Este notable artículo con el cual su ilustre autor honró la GACETA DE MATEMÁTICAS ELEMENTALES, fue escrito expresamente con motivo del llamamiento que se hizo a todas las naciones a consecuencia de la Exposición Universal de París, celebrada en 1900, y apareció publicado en el número de 15 de Diciembre de 1901 de la notable Revue Internationale de l'enseignement, que ve la luz en París bajo el protectorado de la Societé de l'Enseignement supérior.