

**Conceptos fundamentales
del
Análisis Matemático**

1903

CONCEPTOS FUNDAMENTALES
DE
ANÁLISIS MATEMÁTICO

POR
LAURO CLARIANA RICART

CATEDRÁTICO
DE LA UNIVERSIDAD DE BARCELONA



BARCELONA
JUAN GILI — EDITOR
273, Cortes, 273

CONCEPTOS FUNDAMENTALES
DE
ANÁLISIS MATEMÁTICO

POR
D. LAURO CLARIANA RICART

DOCTOR EN CIENCIAS EXACTAS É INGENIERO, CATEDRÁTICO DE LA UNIVERSIDAD
Y ESCUELA DE INGENIEROS INDUSTRIALES DE BARCELONA, ACADÉMICO
DE NÚMERO DE LA REAL ACADEMIA DE CIENCIAS Y ARTES
DE BARCELONA, ACADÉMICO CORRESPONDIENTE
DE LA REAL ACADEMIA DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS
Y NATURALES DE MADRID, ETC., ETC.

PRECIO: 5 PESETAS

BARCELONA
JUAN GILI, EDITOR
222, CORTES, 222

ADVERTENCIA

Nuestro único propósito es el de contribuir á la vulgarización de la Ciencia Matemática; empero, en vez de repetir lo que va consignado ya en muchos manuales elementales, hemos preferido elevar un poco el nivel científico, ocupándonos de los conceptos fundamentales más importantes de Análisis matemático, ya sea por su valor histórico ó ya por su utilidad actual dentro de la Ciencia, dejando á un lado todas aquellas teorías que, por ser demasiado particulares ó demasiado elevadas, podrían ser causa de que traspasáramos los límites naturales que pueden concederse á la presente publicación.

Verdaderamente que nuestro pensamiento obliga á dirigirnos al lector que tenga algunas nociones de matemáticas; mas nosotros entendemos que precisamente éste es el que hoy siente más la necesidad de que se vulgarice la Ciencia, y en este concepto esperamos que, á pesar de los estrechos límites en que podemos desarrollar nuestro plan, serán suficientes las principales líneas contenidas en este esbozo de ciencia exacta, para recabar luego las últimas ramificaciones de ese frondoso árbol que simboliza la parte más preciosa de las muchas en que se divide el humano saber.

EL AUTOR.

ÍNDICE

	Págs.
ADVERTENCIA	5

PARTE PRIMERA

GÉNESIS DE LA CANTIDAD

CAPÍTULO PRIMERO

Diferentes categorías de cantidad y su generación

1. — Nociones generales acerca de las diferentes categorías de cantidad	7
2. — Consideraciones acerca del infinitamente pequeño y del indefinidamente pequeño	8
3. — Algunas consideraciones filosóficas respecto á las tres categorías de cantidad	9
4. — Diferentes órdenes de indefinidamente pequeños, dentro de la ley de la continuidad.	10
5. — Importancia de los coeficientes finitos en las cantidades indefinidamente pequeñas.	10
6. — Diferentes categorías de unidades.	11
7. — Notaciones especiales y formación gradual de la cantidad	12

	Págs.
8. — Importancia de la relación por cociente de dos indefinidamente pequeños del mismo orden	13
9. — Principios fundamentales del análisis superior	14

CAPÍTULO II

Cantidades positivas y negativas

1. — Generalidades sobre la cualidad de la cantidad	15
2. — Medios para apreciar las cantidades negativas é imaginarias	15
3. — Estudio de las cantidades negativas	16
4. — Consideraciones geométricas para el conocimiento de las cantidades negativas.	16
5. — Ejemplos importantes, como aplicación de las cantidades negativas.	17

CAPÍTULO III

Cantidades imaginarias

1. — Consideraciones generales.	24
2. — Importancia del movimiento evolutivo	25
3. — Potencias sucesivas de $\sqrt{-1}$	25
4. — Forma general de una cantidad imaginaria ó compleja.	26
5. — Representación geométrica de las cantidades imaginarias.	26
6. — Forma trigonométrica de la cantidad compleja ó imaginaria	27
7. — Nomenclatura especial	27
8. — Procedimiento general de las operaciones con cantidades imaginarias ó complejas	28
9. — Suma con cantidades complejas é imaginarias	28
10. — Producto con cantidades complejas ó imaginarias	28
11. — Potenciación de cantidades imaginarias ó complejas	30
12. — División con cantidades imaginarias ó complejas	30
13. — Radicación de las cantidades imaginarias ó complejas.	31

14. — Significación geométrica de las operaciones con cantidades complejas ó imaginarias	31
--	----

CAPÍTULO IV

Nuevos conceptos acerca del modo de ser de la cantidad

1. — Consideraciones generales.	36
2. — Objeciones de M. Carnot	36
3. — Nueva interpretación de las cantidades positivas y negativas.	37
4. — Modo de salvar la última objeción de M. Carnot.	39
5. — Caso general de las cantidades positivas y negativas.	39
6. — Diferentes direcciones de la cantidad en el plano fundamental que contiene la cantidad real	40
7. — Consecuencias importantes de las fórmulas anteriores.	42
8. — Cantidad directiva en el espacio	44

CAPÍTULO V

Teoría de Bellavitis acerca de las equipolencias

1. — Consideraciones generales.	46
2. — Principios del método de las equipolencias	47
3. — Consecuencias de los principios anteriores.	48
4. — Relaciones entre las operaciones del álgebra y las equipolencias	49
5. — Rectas conjugadas	50
6. — Generalidad de los coeficientes	51
7. — Aplicaciones de las equipolencias á la Trigonometría plana	51

CAPÍTULO VI

Método de la cantidad directiva, según los cuaternios de Hamilton

1. — Consideraciones generales	56
2. — Idea de Hamilton.	56

	Págs.
3. — Definición de vector	57
4. — Relación de dos vectores no paralelos	58
5. — Relación por cociente de dos vectores	59
6. — Cuaternio en general	59
7. — Cuaternios recíprocos ó inversos	60
8. — Cuaternio conjugado	60
9. — Vectores de iguales longitudes.	60
10. — Multiplicación de los cuaternios	61
11. — Versores cuadrantes.	62
12. — Productos de dos versores cuadrantes cualesquiera. . .	64
13. — Importancia de la esfera unidad para el desarrollo de las fórmulas correspondientes á los productos de ver- sors cuadrantes	64
14. — Cociente de dos vectores perpendiculares	66
15. — Cuaternios en forma de suma	67
16. — Descomposición de un cuaternio conjugado en forma de suma	68
17. — Relaciones entre los elementos sumatorios de un cuater- nio y su conjugado	68
18. — Verdadera forma de un cuaternio.	68
19. — Consecuencias de los principios anteriores.	69
20. — Interpretaciones notables y alguna aplicación de los cua- ternios.	70
21. — Diversidad de opiniones entre los analistas respecto á la importancia que puede concederse al método de los cuaternios	73

PARTE SEGUNDA

ESTUDIO DE LAS FUNCIONES MATEMÁTICAS

CAPÍTULO PRIMERO

Funciones matemáticas en general

1. — Funciones	76
2. — Clasificación de las funciones	78
3. — Funciones complejas.	80

CAPÍTULO II

Funciones circulares é hiperbólicas

1. — Fórmulas de Euler	83
2. — Aplicación de las fórmulas de Euler para la determinación de la fórmula fundamental de la trigonometría plana	84
3. — Aplicación de la exponencial con exponente imaginario para la determinación de varias fórmulas de la trigonometría plana.	84
4. — Transformación de las fórmulas de Euler para alcanzar las funciones hiperbólicas.	87
5. — Funciones hiperbólicas inversas	92

CAPÍTULO III

Funciones «congénerez» y procedimientos generales de derivación

1. — Generalidades	95
2. — Relación importante entre la derivada de Lagrange y el coeficiente diferencial de Leibnitz	96
3. — Procedimientos rápidos de derivación	96
4. — Aplicación de las series para la derivación.	98

CAPÍTULO IV

Derivación de las funciones circulares é hiperbólicas, partiendo de las fórmulas de Euler

1. — Derivadas de las funciones circulares	101
2. — Derivadas de las funciones hiperbólicas directas	103
3. — Derivadas de las funciones hiperbólicas inversas	104
4. — Importancia de las series para la determinación de las derivadas correspondientes á las funciones hiperbólicas directas	108

CAPÍTULO V

*Consideraciones generales acerca de la diferencial y derivadas
parciales de funciones compuestas*

1. — Diferencial de una función compuesta	110
2. — Diferencial de una función compuesta sin resolver. . .	111
3. — Derivadas de órdenes superiores al primero, de funciones compuestas	114
4. — Diferenciales totales de diversos órdenes de funciones compuestas	116

CAPÍTULO VI

Congruencias

1. — Generalidades	118
2. — Números congruentes	118
3. — Analogías entre las operaciones de las congruencias y las que corresponden con las ecuaciones algebraicas .	119
4. — Combinación de congruencias	121
5. — Ecuaciones de congruencia	123
6. — Resolución de la congruencia de primer grado con una incógnita.	125
7. — Una aplicación de congruencia de primer grado. . . .	126

PARTE TERCERA

SÍMBOLOS, FORMAS Y ALGORITMOS ESPECIALES
DE LAS FUNCIONES

CAPÍTULO PRIMERO

Símbolos de Wronski

1. — Binomio de las factorías	127
2. — Casos particulares de las factorías	131
3. — Propiedades de las factorías	131
4. — Facultades algorítmicas	133

CAPÍTULO II

Generalidades acerca de la teoría de las «formas» algebraicas

1. — Consideraciones generales.	135
2. — Principios importantes.	136
3. — De las sustituciones lineales.	141
4. — Determinantes funcionales	142
5. — Funciones relativas á las invariantes.	150
6. — Derivadas parciales referentes á las funciones invariantes.	152
7. — Funciones covariantes	154
8. — Funciones discriminantes.	161
9. — Formación de las emanantes.	162
10. — Funciones bajo forma canónica	163
11. — Notables principios de Sylvester	165

CAPÍTULO III

Notaciones particulares de Hoüel

1. — Generalidades	169
2. — Propiedades combinatorias de operaciones.	170
3. — Propiedades de operaciones asociativas.	171
4. — De la propiedad distributiva.	172

CAPÍTULO IV

Símbolos de operaciones especiales adoptados en el cálculo infinitesimal

1. — Clases de símbolos	174
2. — Leyes de los símbolos	174
3. — Formas simbólicas referentes á funciones de una sola variable independiente	175
4. — Fórmulas simbólicas relativas al producto de funciones	178
5. — Nuevas fórmulas simbólicas	179

Conceptos fundamentales de Análisis Matemático

Año 1903.- Barcelona. Juan Gili, Editor. Calle Córcega 223.

Obra de 181 páginas distribuidas en tres partes:

a) Primera Parte:

Capítulo Primero: Diferentes categorías de cantidad y su generación.

Capítulo Segundo: Cantidades positivas y negativas.

Capítulo Tercero: Cantidades imaginarias.

Capítulo Cuarto: Nuevos conceptos acerca del modo de ser de la cantidad.

Capítulo Quinto: Teoría de Bellavitis acerca de las equipolencias.

Capítulo Sexto: Método de la cantidad directiva, según los cuaternios de Hamilton

b) Segunda Parte:

Capítulo Primero: Funciones Matemáticas en general.

Capítulo Segundo: Funciones circulares e hiperbólicas.

Capítulo Tercero: Funciones “congéneres” y procedimientos generales de derivación.

Capítulo Cuarto: Derivación de las funciones circulares e hiperbólicas partiendo de las fórmulas de Euler.

Capítulo Quinto: Consideraciones generales acerca de la diferencial y derivadas parciales de funciones compuestas.

Capítulo Sexto: Congruencias.

c) Tercera Parte:

Capítulo Primero: Símbolos de Wronsky.

Capítulo Segundo: Generalidades acerca de la teoría de las “formas” algebraicas.

Capítulo Tercero: Notaciones particulares de Hoüel.

Capítulo Cuarto: Símbolos de operaciones especiales adoptados en el cálculo infinitesimal.

Advertencia y Erratas.

