BOLETIN

DE LA.

REAL ACADEMIA DE CIENCIAS Y ARTES DE BARCELONA.

TERCERA ÉPOCA.

Consideraciones sobre el Infinito Matemático

Sesión ordinaria del 23 de noviembre de 1899

El Dr. D. Santiago Mundi, académico numerario, leyó una nota sobre el teorema de Pappus, su correlativo y corolarios que pueden deducirse. Empezó dando a conocer una demostración analítica de la involución que produce una transversal al cortar los seis lados de un cuadrivértice completo, debida al Doctor D. Juan Amat, que fue uno de sus alumnos. Añadió otra demostración correlativa para el cuadrilátero completo, que obtuvo con solo cambiar las coordenadas cartesianas por las tangenciales. Terminó deduciendo los tres corolarios siguientes: 1º si por un punto se trazan paralelas a los seis lados de un cuadrivértice, se forma un haz involutivo; 2º si por los seis vértice de un cuadrilátero completo se trazan paralelas en cualquier dirección, están en involución; 3º cortando los tres lados de un triángulo y tres paralelas trazadas por sus vértices por una recta, resultan seis puntos en involución; 4º proyectando los tres vértices de un triángulo desde un punto, resultan tres rectas que están en involución con las paralelas trazadas por dicho punto a los lados.

Terminada la exposición de la nota científica que presentó el Dr. Mundi, tomó la palabra el Dr. Clariana, para manifestar a los señores académicos presentes a la sesión, los errores en que puede caerse al aceptar el infinito matemático, tanto en análisis como en geometría; por cuanto éste se halla desprovisto de la principal nota que sostiene a la cantidad, esto es: la variabilidad.

En su virtud, añadió que el principio de dualidad, a pesar del entusiasmo por él entre distinguidos matemáticos, flaquea en muchos casos, como así resulta al considerar dos sistemas proyectivos desde un punto, pues cuando el punto de una alineación corresponde a la posición de dos rectas paralelas en el otro, entonces se pierde el punto correlativo, y en este concepto al esforzarse en conservarlo, y en la imposibilidad de poderlo suponer a distancia finita, se ven obligados, los partidarios a todo trance del principio de dualidad, a admitir que las rectas paralelas se encuentran en el infinito. Una vez abierto este portillo, ha sido necesario dar paso a otras conclusiones, tales como, por ejemplo, de que una línea recta prolongada suficientemente por un lado y otro deben tocarse sus extremos, cuando alcanzan el infinito; resultando de ahí que la recta debe considerarse como una línea cerrada. Siguiendo por esta pendiente luego fuerza es admitir también que dos planos cualesquiera siempre se encuentran; que el plano lugar geométrico de todas las rectas situadas en el infinito, cierra el espacio, etc., etc.

A este punto afirmó el Dr. Clariana que semejantes conclusiones son altamente sospechosas, sino ridículas y reprochables por cuanto luchan abiertamente con el sentido común; que es lo último que debe conservar todo hombre cuerdo y de sano criterio; y continuó diciendo: ¿Serán estas líneas y planos del infinito de índole diferente de las que ofrece la geometría ordinaria y dentro de la finitud? Si así fuera, debieran explicar sus partidarios en donde se engendran esos seres ficticios o fantásticos, ya que la verdadera intuición geométrica no los puede proporcionar.

Manifestó luego que en geometría, lo mismo que en el análisis, hay un fondo de metafísica que no debe ser despreciado por los que se dedican a la Ciencia, y así como análisis ya se ha adelantado mucho al aceptar dignísimos matemáticos del extranjero y de España, el indefinido como base de sus especulaciones científicas; aun falta hallar en geometría nuevos puntos de vista para la consecución de ciertos teoremas sin necesidad de hacerlos *pasear* por el infinito; elemento de suyo lleno de misterios y base de errores y contradicciones palmarias.

Al llegar aquí, continuó manifestando que podía presentar, aunque en esbozo, un medio para salvar la dificultad de momento; para ello, decía, hay que suponer una o dos esferas como perspectivas de figuras trazadas sobre un plano, todo lo cual no es más que una generalización de los procedimientos dados por Desargues y otros antiguos matemáticos, que hacían consistir en la perspectiva la base de la correspondencia entre un haz de rectas paralelas en el plano geometral, con otro de rectas concurrentes en el plano del cuadro, llamando al punto de concurrencia, punto límite, tal como se designa hoy; de suerte que lo que no pueden dar las rectas paralelas lo da su perspectiva como figura correlativa y dentro de la finitud. Siguiendo estas huellas, dijo que las consecuencias que se deducen sobre las perspectivas esféricas, corresponden en un todo con las de la geometría de posición, sí bien siempre dentro de la finitud.

Por fin, terminó las observaciones el académico Dr. Clariana, rechazando algunas conclusiones presentadas por el Dr. Mundi, esforzándose en manifestar que no lo hacia por pasión, capricho o espíritu de escuela, sino por considerar dichas conclusiones defectuosas por cuanto se apoyaban directamente en la noción de infinito matemático, y en su virtud añadió que estaba dispuesto a sostener y probar con argumentos de buena ley ante los detractores de lo indefinido que así tienen la osadía de atacarlo sin conocerlo, que solo al amparo de la variabilidad en sus tres categorías, sin que entre para nada el malhadado infinito matemático, pueden desarrollarse buenamente la Ciencia matemática, haciendo frente dicho indefinido a las corrientes contrarias de nuestros tiempos.

Después de las observaciones hechas por el Dr. Clariana, tomo la palabra el Dr. Domenech y Estapá, y dijo que abundaba en las mismas ideas que acaba de exponer el Dr. Clariana respecto al concepto del infinito matemático, como ya había tenido el gusto de exponer en otra ocasión en esta misma Academia y también en la Universidad de Barcelona con motivo de las conferencias que con tal objeto desarrolló en el curso próximo pasado, manifestando que creía de su obligación no tan solo adherirse por completo a las indicaciones hechas por su compañero, sino además hacer hincapié en el grave peligro que a su juicio entraña el que se utilicen los elementos llamados *del infinito matemático* para la enseñanza de las respectivas asignaturas en los centros docentes no acompañando a su conocimiento las correspondientes observaciones y necesarios distingos.

Declaró el Dr. Domenech y Estapá que al alumno debe presentársele la ciencia en la forma mas sencilla posible, de modo que las verdades de ésta puedan ser fácilmente asimiladas por su inteligencia, y de ningún modo han de emplearse conceptos completamente incomprensibles hasta por los mismos que los utilizan, pues han nacido de un convenio de nomenclatura, que si puede servir de algo al que conozca ya la ciencia matemática y tenga el criterio suficiente, para que al hacer uso de las palabras convenidas, distinga cuando pueden ser empleadas favorablemente de cuando conducen a absurdos manifiestos, no puede aconsejarse su empleo cuando se utilizan como medio de difundir y vulgarizar los inmutables principios matemáticos.

Añadió el Dr. Domenech y Estapá que el mismo Dr. Mundi con la nota presentada venía a comprobar su aserto, pues aunque aplaudía y celebraba las demostraciones analíticas que había dado del teorema de Pappus y de su correlativo, de ningún modo podía estar conforme con el procedimiento empleado para deducir sus corolarios, pues el paso por el infinito, tal como lo entienden algunos geómetras, era de difícil compresión y hasta defectuoso en muchos casos.

Y para comprobar esta afirmación fue sucesivamente examinando el Dr. Domenech y Estapá las cuatro verdades geométricas, tan hermosas como de antiguo conocidas, que el Dr. Mundi ha considerado como corolarios del Teorema de Pappus y su correlativo, pasando como vulgarmente se dice por el infinito, siendo así que pueden demostrarse muy sencillamente por procedimientos directos o también proyectivos y sin necesidad de introducir palabras y conceptos que tanto peligro encierran al ser traducidos. Así, en el primer corolario necesita el Dr. Mundi para su demostración, de la recta llamada del infinito de un plano, que tiene el don inexplicable de no tener dirección alguna determinada, pues que es paralela a cuantas pueden imaginarse, y sin embargo es una sola recta, según los geómetras que tal concepto traducen literalmente; siendo así que con solo haber supuesto que la secante se alejaba paralelamente a si misma a una distancia indefinidamente grande, se tenía racionalmente demostrada la propiedad involutiva del haz de rectas paralelas a los seis lados de un cuadrivértice.

Añadió que en el segundo corolario debía criticar, que se acudiera para su demostración a suponer que el punto donde se proyectan los seis vértices del cuadrilátero completo fuera un *punto al infinito*, cuando este último concepto, según los mismos geómetras admiten, no indica punto, sino dirección, y análogamente tenía que rechazar las demostraciones del tercero y cuarto corolarios, pues además de adolecer de análogos inconvenientes a los citados, era mucho más sencillo deducirlos del teorema de Menelao, desde el momento que no se refieren ni a cuadrivértice ni a un cuadrilátero completo, sino simplemente a un triángulo y no hay necesidad entonces de pronunciar la frase tan sin sentido como repetida, de que un vértice o un lado de aquellas figuras *se marcha al infinito*.

Terminó el Dr. Domenech y Estapá recomendando que a cada elemento geométrico se le designe por su verdadero nombre y que nunca, sin demostración previa que lo legitime, se aplique a los mal llamados punto, recta y plano del infinito, (que no tiene nada de punto, recta ni plano propiamente dichos) los teoremas demostrados para los verdaderos elementos que con propiedad tal nombre ostenten, afirmándose en la creencia de que las verdades matemáticas que pueden presentarse fácilmente asequibles a cualquier inteligencia, no es conveniente ni justo revestirlas de ropaje extraño, que si seduce a veces por su mayor ampulosidad, las desfigura por completo, haciéndolas difíciles de reconocer y apreciar, y corriendo en cambio el peligro de que cegados por su aparente brillo se llegue a menudo a deducir consecuencias completamente absurdas y a dar definiciones del todo faltas de sentido e imposibles de sostener y demostrar.

Contestó el Dr. Mundi a los Dres. Clariana y Domenech que no diría ni una palabra sobre las hermosas concepciones de Desargues y Poncelet, celebradas por todos los grandes matemáticos, porque ya había hablado extensamente de ello en la Memoria que presentó a la Real Academia de Ciencias sobre la influencia que Desargues ha tenido en la ciencia geométrica. Respecto a lo que dijo el Sr. Domenech que no son utilizables dichos elementos para la enseñanza, los alumnos de las clases que explica en la Universidad demuestran lo contrario, como lo atestigua el que puedan encontrar nuevas demostraciones.

☼ ☼ ☼ ☼ ☼ ☼